7

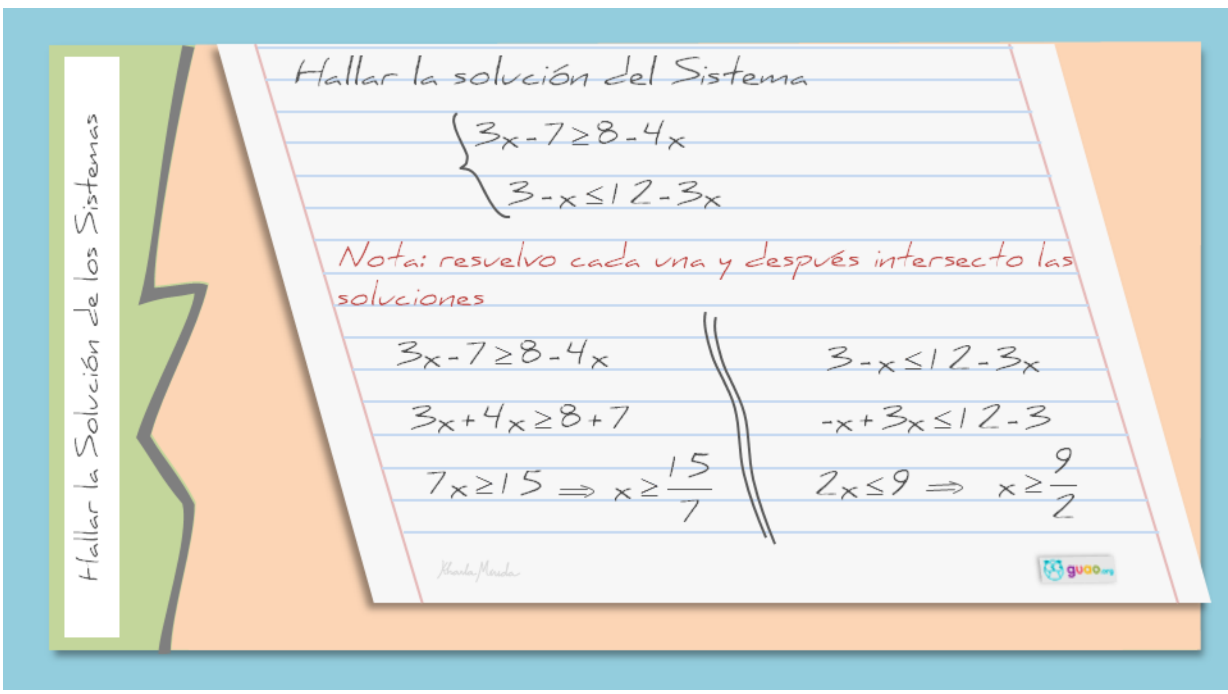
7ma Unidad

Inecuaciones

7.3 Hallar la Solución del Sistema de Inecuaciones. Ejercicios.

Esa forma de energía que te hace dar tu dedicación y tiempo por el bienestar de alguien, consciente de que puede valorarlo o no…
Es Amor.

Descripción



En este objetivo se presentan 4 ejercicios de inecuaciones en los que se aplica productos notables y otras herramientas algebraicas aprendidas con antelación. Se nutre el análisis de casos diversos en las relaciones de orden, y se deja el terreno listo para avanzar a los sistemas de inecuaciones.

Conocimientos Previos Requeridos

Operaciones y Propiedades de los Números Naturales y los Números Enteros.

Contenido

Hallar la Solución de las Inecuaciones Dadas. Ejercicios, Hallar la Solución del Sistema de Inecuaciones. Ejercicios, Inecuaciones con Calor Absoluto Definición y Ejercicios .

Videos Disponibles

INECUACIONES. Hallar la Solución del Sistema de Inecuación. Ejercicio 1

INECUACIONES. Hallar la Solución del Sistema de Inecuación. Ejercicio 2

INECUACIONES. Hallar la Solución del Sistema de Inecuación. Ejercicio 3

INECUACIONES. Hallar la Solución del Sistema de Inecuación. Ejercicio 4

INECUACIONES. Hallar la Solución del Sistema de Inecuación. Ejercicio 5

INECUACIONES. Hallar la Solución del Sistema de Inecuación. Ejercicio 6

Se sugiere la visualización de los videos por parte de los estudiantes previo al encuentro, de tal manera que sean el punto de partida para desarrollar una dinámica participativa, en la que se use eficientemente el tiempo para fortalecer el Lenguaje Matemático y desarrollar destreza en las operaciones.

Guiones Didácticos

INECUACIONES. Hallar la Solución del Sistema de Inecuaciones. Ejercicio 1

Hallar la Solución del sistema de inecuaciones dado y presentar la solución en forma gráfica y como intervalos.

$$\begin{cases} x - 5 \leq -1 \\ x + 2 \geq 1 \end{cases}$$

Solución de un Sistema de Inecuaciones. Es la intersección de las soluciones individuales.

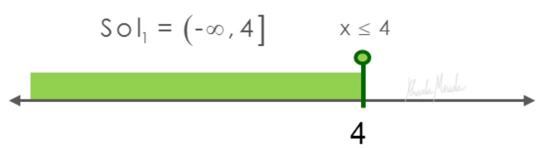
Debemos hallar las soluciones de cada inecuación y luego intersectarlas.

1ra Inecuación. Es una inecuación lineal sencilla.

Despejamos x

Pasamos el 5 sumando al 2do lado de la igualdad y efectuamos la suma algebraica.

$$x - 5 \leq -1$$
$$x \leq -1 + 5$$
$$x \leq 4$$

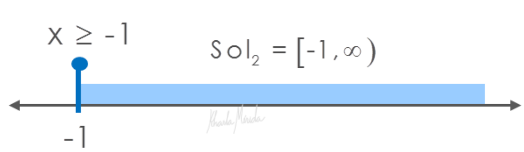


2da Inecuación. Es una inecuación lineal sencilla.

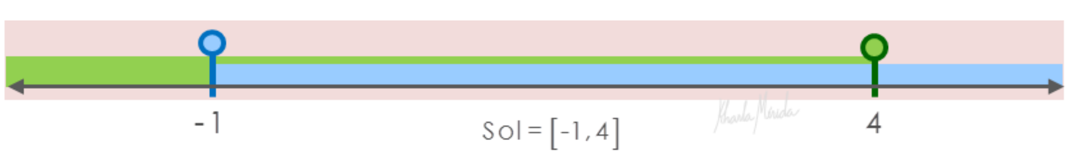
Despejamos x

Pasamos el 2 restando al 2do lado de la igualdad y efectuamos la suma algebraica.

$$x + 2 \geq 1$$
$$x \geq 1 - 2$$
$$x \geq -1$$



Trazamos las soluciones en una sola recta real, y tomamos el intervalo en el que coincidan ambas soluciones.



La sección de la recta en la que coinciden ambas soluciones es la que va de -1 a 4.

$$\boxed{Sol = [-1, 4]}$$

Avancemos para ver el desarrollo de ejercicios de sistemas de inecuaciones más exigentes, hasta tener la destreza que da el dominio de un conocimiento.

La invitación a practicar y practicar está siempre presente y recuerda que puedes comunicarte con el equipo de TPV a través de comentarios para cualquier inquietud que tengas.

INECUACIONES. Hallar la Solución del Sistema de Inecuaciones. Ejercicio 2

Hallar la Solución del sistema de inecuaciones dado y presentar la solución en forma gráfica y como intervalos.

$$\begin{cases} 2x \geq 4x - 14 \\ \dfrac{9 - 5x}{2} \leq -3 \end{cases}$$

Recordemos. La solución de un sistema de inecuaciones es la intersección de las soluciones individuales.

1ra Inecuación. es una inecuación lineal sencilla

$$2x \geq 4x - 14$$

Reunimos todos los términos que contienen x en el primer lado de la inecuación, y los que no en el segundo.

$$2x - 4x \geq -14$$

Efectuamos la resta.

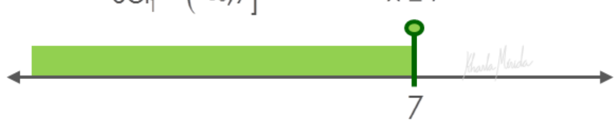
$$-2x \geq -14$$

El -2 que está multiplicando pasa dividiendo, pero como es un número negativo cambia el sentido de la desigualdad.

$$x \leq \frac{-14}{-2} \qquad x \leq 7$$

$$Sol_1 = (-\infty, 7]$$

$x \leq 7$



2da Inecuación. Es una inecuación lineal cuya variable está en una fracción, debemos liberarla.

$$\frac{9 - 5x}{2} \leq -3$$

Multiplicamos ambos lados de la desigualdad por 2 para eliminar la fracción.

$$2 \cdot \frac{9 - 5x}{2} \leq 2 \cdot (-3)$$

Simplificamos el 2 con el denominador y efectuamos el producto indicado.

$$9 - 5x \leq -6$$

Pasamos el 9 restando al otro lado de la desigualdad.

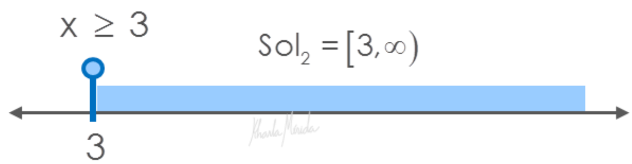
$$-5x \leq -6 - 9$$

Efectuamos la resta y pasamos -5 dividiendo al otro lado de la desigualdad, cambiando el sentido de ésta por ser negativo,

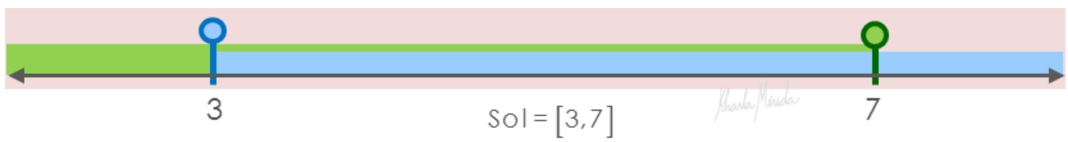
$$-5x \leq -15$$

$$x \geq \frac{-15}{-5}$$

Simplificamos la fracción $x \geq 3$



Solución. Intersectamos las soluciones 1 y 2.



La solución es el conjunto de todos los reales que van desde 3 hasta 7.

$$Sol = [3,7]$$

INECUACIONES. Hallar la Solución del Sistema de Inecuaciones. Ejercicio 3

Hallar la Solución del sistema de inecuaciones dado y presentar la solución en forma gráfica y como intervalos.

$$\begin{cases} 3x - 7 \geq 8 - 4x \\ 3 - x \leq 12 - 3x \end{cases}$$

Ya sabemos que para hallar la solución del sistema de inecuaciones, debemos hallar la solución de cada desigualdad y luego intersectarlas.

1ra Inecuación. es una inecuación lineal sencilla

Reunimos todos los términos que contienen x en el primer lado de la inecuación, y los que no en el segundo.

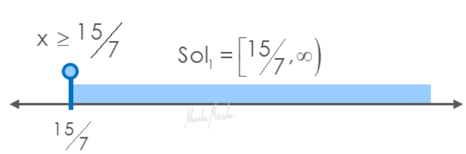
$$3x - 7 \geq 8 - 4x$$

$$3x + 4x \geq 8 + 7$$

Efectuamos las operaciones de cada lado y pasamos el 7 dividiendo.

$$7x \geq 15$$

$$x \geq \frac{15}{7}$$



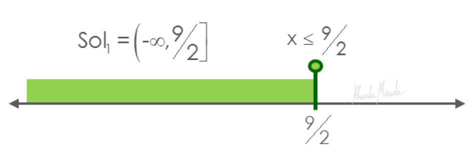
2da Inecuación. es una inecuación lineal sencilla

Reunimos todos los términos que contienen x en el primer lado de la inecuación, y los que no en el segundo.

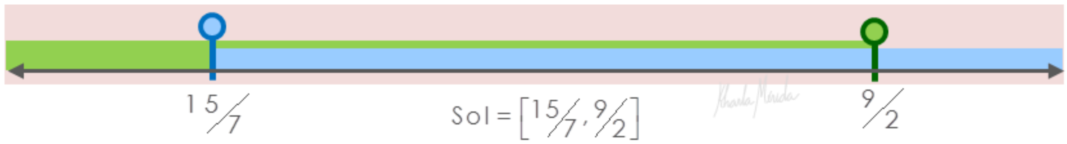
$$3 - x \leq 12 - 3x$$

$$-x + 3x \leq 12 - 3$$

$$2x \leq 9 \qquad x \leq 9/2$$



Solución. Intersectamos las soluciones 1 y 2.



La solución es el conjunto de todos los reales del intervalo cerrado

$$Sol = \left[15/7, 9/2\right]$$

INECUACIONES. Hallar la Solución del Sistema de Inecuaciones. Ejercicio 4

Hallar la Solución del sistema de inecuaciones dado y presentar la solución en forma gráfica y como intervalos.

$$\begin{cases} (3-x)^2 > (x-5)(x+5) \\ x^2 + 1 < 0 \end{cases}$$

1ra Inecuación. es una inecuación cuadrática, tenemos dos productos notables: un cuadrado de la suma en el 1er lado de la desigualdad y un producto de conjugadas en el segundo.

Desarrollamos los productos notables en ambos lados de la desigualdad.

$$(3-x)^2 > (x-5)(x+5)$$

Nota: Los términos de grado 2 son iguales pero están en distintos lados de la desigualdad. Esto significa que al reunirlos se simplificaran y quedará una inecuación lineal.

$$3^2 - 2\cdot 3\cdot x + x^2 > x^2 - 25$$

$$9 - 6x + x^2 > x^2 - 25$$

Pasamos los términos variables al 1er lado de la desigualdad, y los que no al 2do lado. Y simplificamos términos semejantes de ambos lados,

$$-6x + x^2 - x^2 > -25 - 9$$

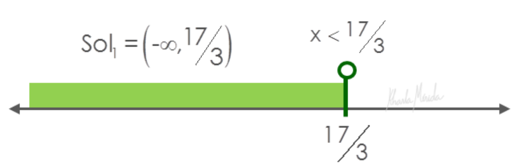
$$-6x > -34$$

Pasamos -6 dividiendo al 2do lado, cambiando el sentido de la desigualdad por ser negativo.

$$x < \frac{-34}{-6}$$

Simplificamos la fracción

$$x < \frac{17}{3}$$



2da Inecuación. Es una inecuación cuadrática. El binomio es una suma de cuadrados

$$x^2 + 1 < 0$$

Observación: El binomio $x^2 + 1$ es una suma de cuadrados. En detalle tenemos:
x^2 es positivo o cero, porque tiene exponente par, y 1 es positivo.
La suma de valores positivos resulta positiva.

Análisis: La relación $x^2 + 1 < 0$, plantea que $x^2 + 1$ sea negativo. Pero sabemos que la expresión es positiva para todos los reales.
El conjunto de números que satisfacen $x^2 + 1 < 0$ **es vacío,** $\varnothing$.

Solución. Intersectamos las soluciones 1 y 2.

La intersección de cualquier conjunto con vacío es vacío.

$$\boxed{Sol = Sol_1 \cap \varnothing = \varnothing}$$

INECUACIONES. Hallar la Solución del Sistema de Inecuaciones. Ejercicio 5

Hallar la Solución del sistema de inecuaciones dado y presentarla en forma gráfica y como intervalos.

$$\begin{cases} -4x + 2(7 + x) \leq 16 + x \\ x(8 - x) \geq 2(4x + 5) \end{cases}$$

1ra Inecuación. Es una inecuación lineal con términos variables en ambos lados de la desigualdad.

$$-4x + 2(7 + x) \leq 16 + x$$

Aplicamos propiedad distributiva

$$-4x + 14 + 2x \leq 16 + x$$

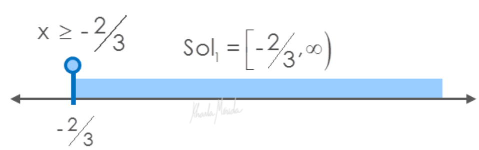
Reunimos los términos variables en el 1er lado de la desigualdad y los numéricos en el 2do lado.

$$-4x + 2x - x \leq 16 - 14$$

Simplificamos términos semejantes, y pasamos -3 dividiendo al otro lado, cambiando el sentido de la desigualdad por ser negativo.

$$-3x \leq 2$$

$$x \geq -\frac{2}{3}$$



$$\boxed{Sol_1 = \left[-\tfrac{2}{3}, \infty\right)}$$

2da Inecuación. Es una inecuación lineal con términos variables en ambos lados de la desigualdad.

$$x(8 - x) \geq 2(4x + 5)$$

Aplicamos propiedad distributiva

$$8x - x^2 \geq 8x + 10$$

Nota: Los términos 8x que están en distintos lados de la desigualdad, se simplifican como opuestos al reunirlos en un mismo lado de la desigualdad.

$$8x - x^2 - 8x \geq 10$$

$$-x^2 \geq 10$$

Multiplicamos por -1 ambos lados de la relación, para que el coeficiente de x^2 sea positivo, y cambia el sentido de la desigualdad.

$$x^2 \leq -10$$

Análisis: $x^2 \leq -10$, plantea que x^2 sea menor que -10. Pero sabemos que x^2 es positivo para todos los reales, y **un valor positivo no es menor que uno negativo**.
El conjunto de números que satisfacen $x^2 \leq -10$ **es vacío,** $\varnothing$.

Solución. Intersectamos las soluciones 1 y 2.

La intersección de cualquier conjunto con vacío es vacío.

$$\mathrm{Sol} = \mathrm{Sol}_1 \cap \varnothing = \varnothing$$

INECUACIONES. Hallar la Solución del Sistema de Inecuaciones. Ejercicio 6

Hallar la Solución del sistema de inecuaciones dado y presentarla en forma gráfica y como intervalos.

$$\begin{cases} x^2 + 3 > 0 \\ x^6 \leq 0 \end{cases}$$

1ra Inecuación. Es una inecuación cuadrática. El binomio es una suma de cuadrados

$$x^2 + 3 > 0$$

Observación: El binomio $x^2 + 3$ es una suma de cuadrados. En detalle tenemos: x^2 es positivo o cero, porque tiene exponente par, y 3 es positivo.
La suma de valores positivos resulta positiva.

Análisis: La relación $x^2 + 3 > 0$, plantea que $x^2 + 3$ sea positivo. Y sabemos que la expresión es positiva para todos los reales.
El conjunto de números que satisfacen $x^2 + 1 < 0$ **es los Reales,** R.

$$\mathrm{Sol}_1 = \mathrm{R}$$

2da Inecuación. Es una inecuación de grado 6 simple.

$$x^6 \leq 0$$

Análisis: La relación $x^6 \leq 0$, plantea que x^6 sea negativa o cero.

- Sabemos que x^6 es positiva para R^* y cero para $x = 0$.

La relación menor que no se cumple para ningún real. La relación igual que se cumple $x = 0$.
La relación $x^6 \leq 0$ **se cumple sólo para** $x = 0$.

$$\mathrm{Sol}_1 = \{0\}$$

Solución. Intersectamos las soluciones 1 y 2.

La intersección de cualquier conjunto con vacío es vacío.

$$\mathrm{Sol} = \mathrm{R} \cap \{0\} = \{0\}$$

Emparejando el Lenguaje

Solución de un Sistema de Inecuaciones. Es la intersección de las soluciones individuales.

Ejercicios

Hallar la solución de las siguientes inecuaciones

1. $\begin{cases} 4x+5 \le x+7 \\ 3(x+11)-7 \le x \end{cases}$

2. $\begin{cases} \dfrac{1}{4}x-12 < 8+\dfrac{3x}{4} \\ 13x+6-x < \left(2x+\dfrac{1}{3}\right)+\dfrac{x}{5} \end{cases}$

3. $\begin{cases} 14-\dfrac{9}{2}x+\dfrac{7}{15} \ge -\dfrac{4x+11}{3}+\dfrac{9}{5} \\ \dfrac{5+2x}{6}+19 \le 10x-\left(\dfrac{x+2}{3}+\dfrac{7}{2}\right) \end{cases}$

4. $\begin{cases} -x^2-2<0 \\ x^2<-7 \end{cases}$

5. $\begin{cases} (3x+2)^2+11<4+(3x-4)(3x+5)+17 \\ (2x+1)^2-(2x-1)(1+2x) \ge 25-(x+1) \end{cases}$

6. $\begin{cases} x^2+11>(x-1)(x+1) \\ (x-4)^2>-7x(x+1)+(4x-1)(2x+7) \end{cases}$

¿Lo Hicimos Bien?

1. $(-\infty\ ,\ -13]$
2. $\left(-40, -\frac{85}{147}\right)$
3. $\left[\frac{18}{7}, \frac{98}{19}\right]$
4. $\varnothing$
5. $\varnothing$
6. $\left(-\frac{23}{25}, \infty\right)$