

Identidades trigonométricas del ángulo doble

Seno del ángulo doble

$$\mathbf{Sen\ 2a=2sen\ a.\ cos\ a}$$

$$Sen\ 120^\circ=2sen60^\circ.\cos\ 60^\circ$$

$$Sen\ 120^\circ=2.\frac{\sqrt{3}}{2}.\frac{1}{2}=\frac{\sqrt{3}}{2}$$

Coseno del ángulo doble

$$\mathbf{Cos\ 2a=cos^2a - sen^2\ a}$$

$$Cos\ 120^\circ= cos^260^\circ-sen^2\ 60^\circ$$

$$Cos\ 120^\circ=\frac{1}{4}-\frac{3}{4}=-\frac{1}{2}$$

Tangente del ángulo doble

$$\mathbf{tg2a=\frac{2tga}{1-tg^2a}}$$

$$tg120^\circ=\frac{2tg60^\circ}{1-tg^260^\circ}=\frac{2\sqrt{3}}{1-3}=-\sqrt{3}$$

EJERCICIOS RESUELTOS

1. Sen 90°

Solución:

$$Sen\ 90^\circ=2sen45^\circ.\cos\ 45^\circ$$

$$Sen\ 90^\circ=2.\frac{\sqrt{2}}{2}.\frac{\sqrt{2}}{2}=\frac{4}{4}=1$$

2. Sen 180°

Solución:

$$Sen\ 180^\circ=2sen90^\circ.\cos\ 90^\circ$$

$$Sen\ 180^\circ=2.1.0=0$$

3. $\text{Sen } 120^\circ$

$$\text{Sen } 120^\circ = 2 \text{sen} 60^\circ \cdot \cos 60^\circ$$

$$\text{Sen } 120^\circ = 2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

4. $\text{Cos } 90^\circ$

$$\text{Cos } 90^\circ = \cos^2 45^\circ - \text{sen}^2 45^\circ$$

$$\text{Cos } 90^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{\sqrt{2}}{2} = 0$$

5. $\text{Cos } 180^\circ$

$$\text{Cos } 180^\circ = \cos^2 90^\circ - \text{sen}^2 90^\circ$$

$$\text{Cos } 180^\circ = 0 - 1 = -1$$

6. $\text{Cos } 120^\circ$

$$\text{Cos } 120^\circ = \cos^2 60^\circ - \text{sen}^2 60^\circ$$

$$\text{Cos } 120^\circ = \frac{1}{4} - \frac{3}{4} = -\frac{1}{2}$$

7. $\text{tg} 90^\circ$

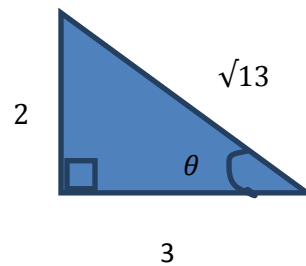
$$\text{tg} 90^\circ = \frac{2 \text{tg} 45^\circ}{1 - \text{tg}^2 45^\circ} = \frac{2 \cdot 1}{1 - 1} = \frac{2}{0} = \pm \infty$$

8. Siendo " θ " un ángulo agudo, tal que:
 $\text{tg} \theta = \frac{2}{3}$. Calcular $\text{sen } 2\theta$

Solución:

De la condición : $\text{tg} \theta = \frac{2}{3}$

En el triángulo rectángulo



Luego, $\text{sen} 2\theta = 2 \text{sen} \theta \cdot \cos \theta$

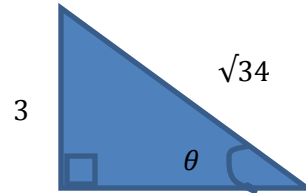
$$\text{sen} 2\theta = 2 \cdot \frac{2}{\sqrt{13}} \cdot \frac{3}{\sqrt{13}} = \frac{12}{13}$$

9. Siendo " θ " un ángulo agudo, tal que:
 $\text{tg}\theta = \frac{3}{5}$. Calcular $\text{sen } 2\theta$

Solución:

De la condición : $\text{tg}\theta = \frac{2}{3}$

En el triángulo rectángulo



Luego, $\text{sen}2\theta = 2 \text{sen}\theta \cdot \text{cos}\theta$

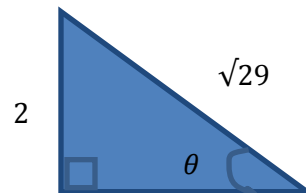
$$\text{sen}2\theta = 2 \cdot \frac{3}{\sqrt{34}} \cdot \frac{5}{\sqrt{34}} = \frac{30}{34} = \frac{15}{17}$$

10 Siendo " θ " un ángulo agudo, tal que:
 $\text{tg}\theta = \frac{2}{5}$. Calcular $\text{sen } 2\theta$

Solución:

De la condición : $\text{tg}\theta = \frac{2}{3}$

En el triángulo rectángulo



Luego, $\text{sen}2\theta = 2 \text{sen}\theta \cdot \text{cos}\theta$

$$\text{sen}2\theta = 2 \cdot \frac{2}{\sqrt{29}} \cdot \frac{5}{\sqrt{29}} = \frac{20}{29}$$