5

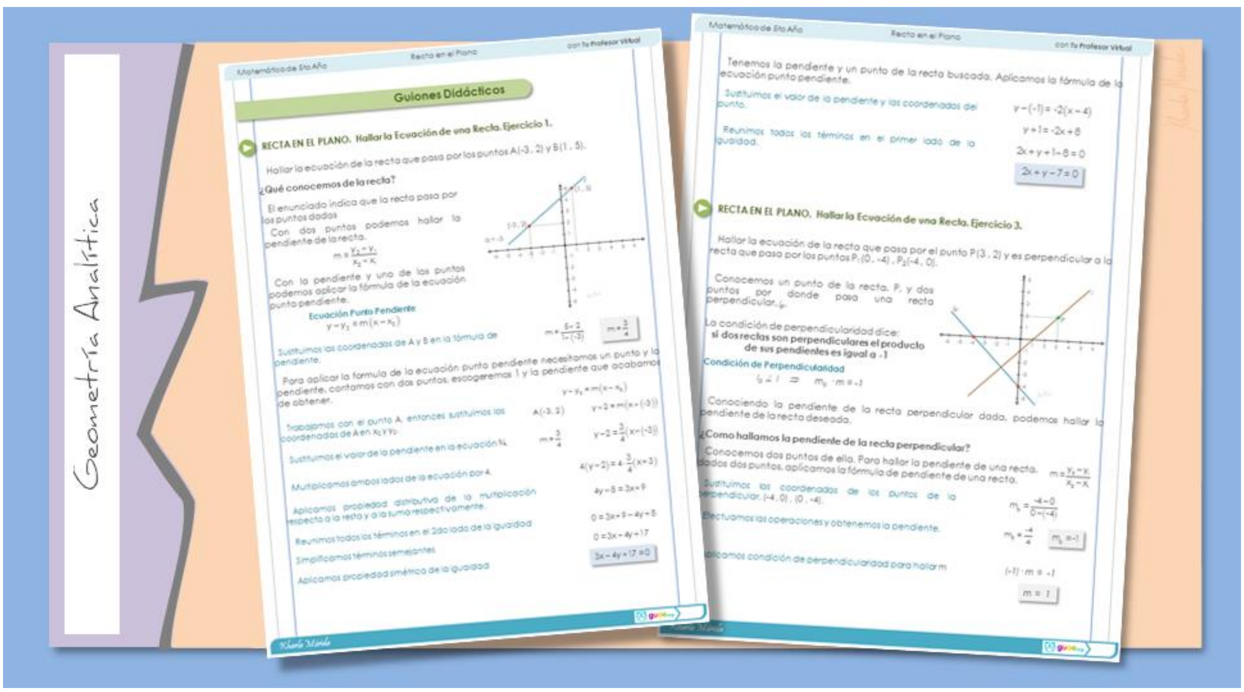
5ta Unidad

Geometría Analítica

5.2 Recta en el Plano. Ejercicios

La decisión de ser parte de una sociedad va acompañada de la responsabilidad de aportar al bien común, ya sea que decidamos asumirlo o no. El derecho de exigir bienestar se sustenta en el compromiso de cada uno aportar al bienestar general.

Descripción



Este objetivo es práctico. Ponemos a tu disposición ejercicios en los que se pide hallar la ecuación de la recta, aplicando las ecuaciones o fórmulas que correspondan, según los datos dados en el enunciado, así como verificar la posición relativa entre rectas. Avancemos.

Conocimientos Previos Requeridos

Plano Cartesiano, Ecuaciones, , Despeje, Función Afín.

Contenido

Hallar Ecuaciones de una Recta, Ejercicios.

Videos Disponibles

RECTA EN EL PLANO. Hallar la Ecuación de una Recta. Ejercicio 1

RECTA EN EL PLANO. Hallar la Ecuación de una Recta. Ejercicio 2

RECTA EN EL PLANO. Hallar la Ecuación de una Recta. Ejercicio 3

RECTA EN EL PLANO. Hallar la Ecuación de una Recta. Ejercicio 4

Se sugiere la visualización de los videos por parte de los estudiantes previo al encuentro, de tal manera que sean el punto de partida para desarrollar una dinámica participativa, en la que se use eficientemente el tiempo para familiarizarse con los conceptos nuevos y fortalecer el lenguaje operativo.

Guiones Didácticos

RECTA EN EL PLANO. Hallar la Ecuación de una Recta. Ejercicio 1.

Hallar la ecuación de la recta que pasa por los puntos A(-3 , 2) y B(1 , 5).

¿Qué conocemos de la recta?

El enunciado indica que la recta pasa por los puntos dados

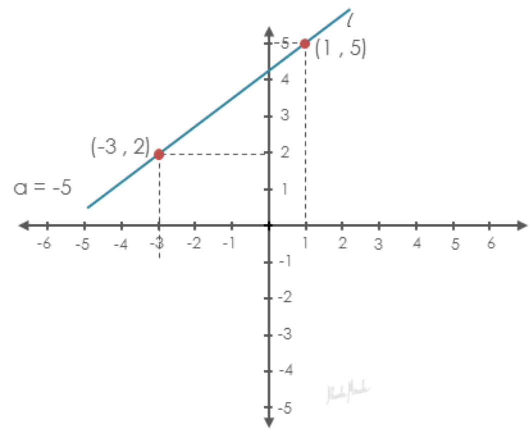
Con dos puntos podemos hallar la pendiente de la recta.

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

Con la pendiente y uno de los puntos podemos aplicar la fórmula de la ecuación punto pendiente.

Ecuación Punto Pendiente

$$y - y_0 = m(x - x_0)$$



Sustituimos las coordenadas de A y B en la fórmula de pendiente.

$$m = \frac{5-2}{1-(-3)} \qquad \boxed{m = \frac{3}{4}}$$

Para aplicar la formula de la ecuación punto pendiente necesitamos un punto y la pendiente, contamos con dos puntos, escogeremos 1 y la pendiente que acabamos de obtener.

$$y - y_0 = m(x - x_0)$$

Trabajamos con el punto A, entonces sustituimos las coordenadas de A en x_0 y y_0.

$$A(-3, 2) \qquad y - 2 = m(x - (-3))$$

Sustituimos el valor de la pendiente en la ecuación ¾.

$$m = \frac{3}{4} \qquad y - 2 = \frac{3}{4}(x - (-3))$$

Multiplicamos ambos lados de la ecuación por 4.

$$4(y-2) = 4 \cdot \frac{3}{4}(x+3)$$

Aplicamos propiedad distributiva de la multiplicación respecto a la resta y a la suma respectivamente.

$$4y - 8 = 3x + 9$$

Reunimos todos los términos en el 2do lado de la igualdad

$$0 = 3x + 9 - 4y + 8$$

Simplificamos términos semejantes

$$0 = 3x - 4y + 17$$

Aplicamos propiedad simétrica de la igualdad

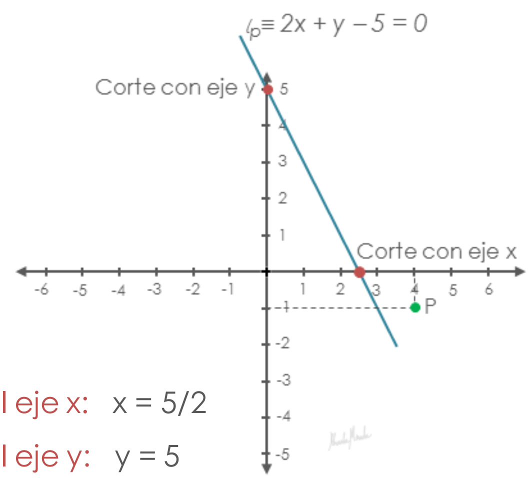
$$\boxed{3x - 4y + 17 = 0}$$

RECTA EN EL PLANO. Hallar la Ecuación de una Recta. Ejercicio 2.

Hallar la ecuación de la recta que pasa por el punto P(4 , -1) y es paralela a la recta $2x + y - 5 = 0$.

¿Cómo hacemos para graficar rápidamente la recta dada?

Para trazar una recta necesitamos dos puntos. Hallando las intersecciones de la recta dada con los ejes tenemos los dos puntos necesarios.



Intersección con ele eje x

Hacemos $y = 0$

$$2x + 0 - 5 = 0$$

Despejamos x

$$x = 5/2$$

Intersección con ele eje y

Hacemos $x = 0$

$$2 \cdot 0 + y - 5 = 0$$

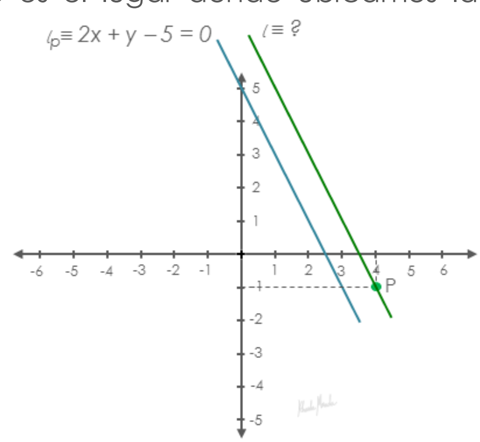
Despejamos y

$$y = 5$$

Corte con el eje x: $x = 5/2$

Corte con el eje y: $y = 5$

Nota: El valor decimal de esta fracción es 2,5 que es el lugar donde ubicamos la intersección con el eje x.



La recta que buscamos pasa por el punto dado y es paralela a la recta dada.

Por tratarse de rectas paralelas sabemos que sus pendientes son iguales, de acuerdo a lo visto en la lección de Condiciones de Paralelismo.

Pendiente de ℓ = Pendiente de la paralela, m_p

$$m = m_p$$

¿Cómo hallamos la pendiente de la recta conocida?.

Despejamos y para obtener la ecuación afín de la recta, en donde el coeficiente de x es el valor de la pendiente.

$$2x + y - 5 = 0$$

$$y = -2x + 5$$

$$\boxed{m = -2}$$

Tenemos la pendiente y un punto de la recta buscada. Aplicamos la fórmula de la ecuación punto pendiente.

Sustituimos el valor de la pendiente y las coordenadas del punto.

$$y-(-1)=-2(x-4)$$

$$y+1=-2x+8$$

Reunimos todos los términos en el primer lado de la igualdad.

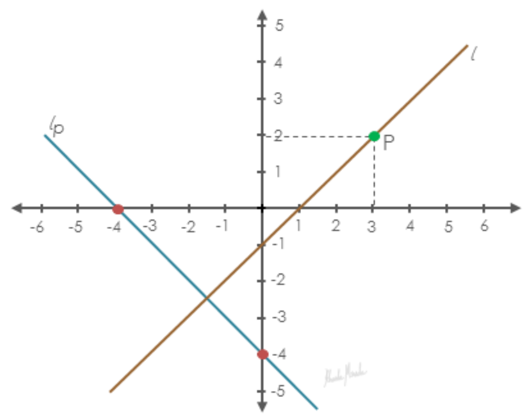
$$2x+y+1-8=0$$

$$\boxed{2x+y-7=0}$$

RECTA EN EL PLANO. Hallar la Ecuación de una Recta. Ejercicio 3.

Hallar la ecuación de la recta que pasa por el punto P(3 , 2) y es perpendicular a la recta que pasa por los puntos $P_1(0\ ,\ -4)$, $P_2(-4\ ,\ 0)$.

Conocemos un punto de la recta, P, y dos puntos por donde pasa una recta perpendicular, l_p.



La condición de perpendicularidad dice:

si dos rectas son perpendiculares el producto de sus pendientes es igual a -1

Condición de Perpendicularidad

$$l_p \perp l \quad \Rightarrow \quad m_p \cdot m = -1$$

Conociendo la pendiente de la recta perpendicular dada, podemos hallar la pendiente de la recta deseada.

¿Como hallamos la pendiente de la recta perpendicular?

Conocemos dos puntos de ella. Para hallar la pendiente de una recta, dados dos puntos, aplicamos la fórmula de pendiente de una recta.

$$m=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}$$

Sustituimos las coordenadas de los puntos de la perpendicular, (-4 , 0) , (0 , -4).

$$m_p=\frac{-4-0}{0-(-4)}$$

Efectuamos las operaciones y obtenemos la pendiente.

$$m_p=\frac{-4}{4} \qquad \boxed{m_p=-1}$$

Aplicamos condición de perpendicularidad para hallar m

$$(-1)\cdot m = -1$$

$$\boxed{m = 1}$$

Con un punto de la recta y la pendiente aplicamos la fórmula de la ecuación punto pendiente.

$$y - y_0 = m(x - x_0)$$

Sustituimos las coordenadas del punto y el valor de la pendiente

P(3 , 2) *m = 1*

$$y - 2 = 1(x - 3)$$

$$y - 2 = x - 3$$

Efectuamos las operaciones y reunimos todo en

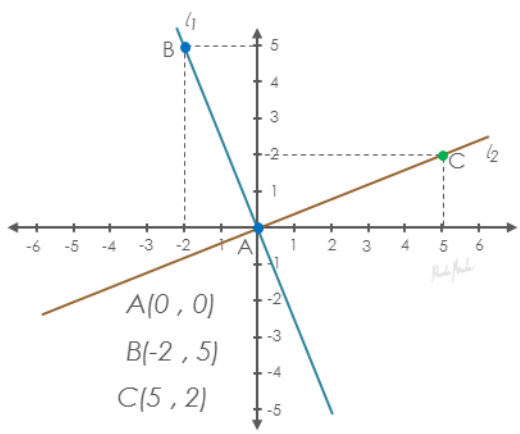
$$0 = x - y - 3 + 2$$

Ecuación de la recta que pasa por el punto (3, 2) y es perpendicular a la recta que pasa por los puntos $P_1(0 , -4)$, $P_2(-4 , 0)$.

$$\boxed{l_1 \equiv x - y - 1 = 0}$$

RECTA EN EL PLANO. Hallar la Ecuación de una Recta. Ejercicio 4.

Verificar si las rectas l_1 y l_2 son perpendiculares, sabiendo que l_1 pasa por los puntos A(0 , 0) y B(-2 , 5) y l_2 pasa por el punto A y el punto C(5 , 2).



Estrategia

Conociendo pares de puntos de cada recta hallamos sus pendientes, luego verificamos sin son perpendiculares usando la condición de perpendicularidad de las rectas.

si l_1 es perpendicular a l_2 entonces el producto de sus pendientes es igual a -1

Condición de Perpendicularidad

$$l_1 \perp l_2 \qquad \Rightarrow \qquad m_1 \cdot m_2 = -1$$

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

Sustituimos las coordenadas de los puntos de cada recta para hallar las pendientes.

$$m_1 = \frac{5 - 0}{-2 - 0} \qquad m_1 = -\frac{5}{2}$$

$$m_2 = \frac{2 - 0}{5 - 0} \qquad m_2 = \frac{2}{5}$$

Aplicamos condición de perpendicularidad

$$m_1 \cdot m_2 = -\frac{5}{2} \cdot \frac{2}{5} = -1$$

Las rectas l_1 y l_2 son perpendiculares $m_1 \cdot m_2 = -1$

A Practicar

1. Hallar la ecuación de la recta que pasa por los puntos A(-2 , -1) y B(1 , 3)
2. Hallar la ecuación de la recta que pasa por los puntos A(7 , 4) y es paralela a la recta $3x + y – 6 = 0$.
3. Hallar la ecuación de la recta que corta al eje y en -3 y es paralela a la recta $2x – y – 1 = 0$.
4. Hallar la ecuación de la recta de ordenada en el origen 2 y perpendicular a $x + y + 1 = 0$.
5. Hallar la ecuación de la recta cuya pendiente es 5, y que pasa por la intersección de las rectas $3x + 2y – 1 = 0$ y $x – 6y + 5 = 0$.
6. Hallar la ecuación de la recta perpendicular a $2x + 6y – 1 = 0$ que intersecta al eje x en -4.

¿Lo Hicimos Bien?

1. $4x - 3y + 5 = 0$
2. $3x + y - 25 = 0$
3. $2x - y - 3 = 0$
4. $x - y + 2 = 0$.
5. $25x - 5y + 9 = 0$.
6. $3x - y + 12 = 0$.