

# Materia: Matemática de Tercer Año

## Tema: Diagramas de Árbol

Supongamos que usted lanza una moneda tres veces seguidas. ¿Cómo se puede ilustrar todos sus posibles resultados? ¿Cuál es la probabilidad de que la moneda salga cara tres veces seguidas?

---

### Marco Teórico

En guías anteriores, se estudió eventos independientes y dependientes, así como los eventos mutuamente incluyentes y excluyentes. Se utilizó la regla de la suma para eventos dependientes, así como eventos mutuamente inclusivos y mutuamente excluyentes. La regla de la suma, o principio de la suma, se utiliza para encontrar  $P(A \text{ or } B)$ , mientras que la regla de multiplicación se utiliza para eventos independientes.

**Regla de Adición** - Para 2 eventos,  $A$  y  $B$ , la probabilidad de seleccionar un evento u otro está dado por:  $P(A \text{ or } B) = P(A) + P(B) - P(A \text{ and } B)$ .

**Regla de multiplicación** - Para 2 eventos independientes,  $A$  y  $B$ , cuando el resultado de  $A$  no cambia la probabilidad de  $B$  la probabilidad de  $A$  y  $B$  está dada por:  $P(A \text{ and } B) = P(A) \times P(B)$ .



**Los diagramas de árbol** son otra manera de mostrar los resultados de eventos simples de probabilidad. En un diagrama de árbol, cada resultado se representa como una rama de un árbol.

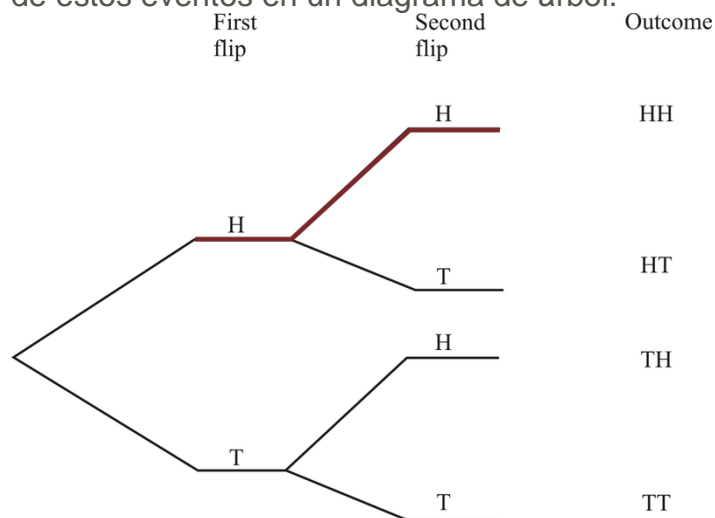
### Ejemplo A

Texto traducido de: [www.ck12.org](http://www.ck12.org)

[www.guao.org](http://www.guao.org)

Si usted lanza una moneda 2 veces, ¿cuál es la probabilidad de obtener 2 cabezas? Usa un diagrama de árbol para encontrar la respuesta.

Este es un ejemplo de eventos independientes, porque el resultado de un evento no afecta a los resultados de la segunda evento. ¿Qué quiere decir esto? Bueno, cuando lanzas la moneda una vez, usted tiene la misma probabilidad de obtener cara (H) o una cola (T). En el segundo lado, usted también tiene la misma oportunidad de conseguir aa cara o cruz. En otras palabras, si la primera vuelta era a cara o cruz, el segundo flip podría muy probablemente ser cabezas como colas. Puede representar los resultados de estos eventos en un diagrama de árbol.



En el diagrama de árbol, se puede ver que la probabilidad de obtener cara en la primera cara es  $\frac{1}{2}$ . A partir de cabezas, la probabilidad de obtener una segunda cabeza será de nuevo  $\frac{1}{2}$ . Pero, ¿cómo se calcula la probabilidad de obtener 2 cabezas? Estos son eventos independientes, ya que el resultado de lanzar la primera moneda de ningún modo afecta el resultado de lanzar la segunda moneda. Por lo tanto, podemos calcular la probabilidad de la siguiente manera:

$$P(A \text{ and } B) = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2}$$

$$P(A \text{ and } B) = \frac{1}{4}$$

Por lo tanto, podemos concluir que la probabilidad de obtener 2 cabezas al lanzar una moneda dos veces es  $\frac{1}{4}$ , o el 25%. Probemos un ejemplo que es un poco más difícil.

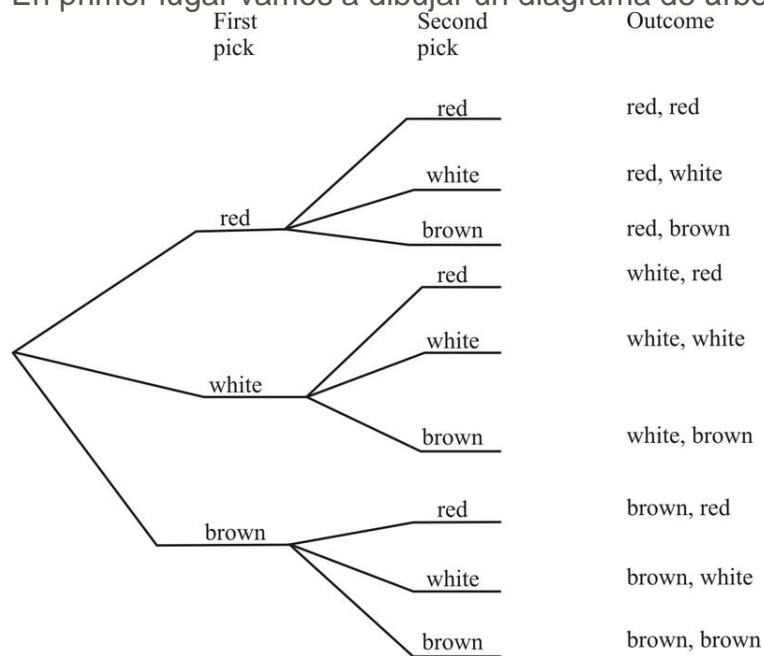
### Ejemplo B

Texto traducido de: [www.ck12.org](http://www.ck12.org)

[www.guao.org](http://www.guao.org)

Irvin abre su cajón de los calcetines de conseguir un par calcetines para llevar a la escuela. Mira en el cajón de los calcetines y ve 4 calcetines rojos, 6 calcetines blancos y 8 calcetines marrones. Irvin alcanza en el cajón y saca un calcetín rojo. Lleva pantalones cortos azules, por lo que lo reemplaza. A continuación, extrae un calcetín blanco. ¿Cuál es la probabilidad de que Irvin saca un calcetín rojo, lo reemplaza, y luego saca un calcetín blanco?

En primer lugar vamos a dibujar un diagrama de árbol.



Hay 18 calcetines en cajón de los calcetines de Irvin. La probabilidad de obtener un calcetín rojo cuando se saca el primer calcetín es:

$$P(\text{red}) = \frac{4}{18}$$

$$P(\text{red}) = \frac{2}{9}$$

Irvin pone la parte posterior del calcetín en el cajón y saca el segundo calcetín. La probabilidad de obtener un calcetín blanco en el segundo sorteo es:

$$P(\text{white}) = \frac{6}{18}$$

$$P(\text{white}) = \frac{1}{3}$$

Por lo tanto, la probabilidad de obtener un calcetín rojo y un calcetín blanco cuando el primer calcetín *reemplazado* es:

Texto traducido de: [www.ck12.org](http://www.ck12.org)

[www.guao.org](http://www.guao.org)

$$P(\text{red and white}) = \frac{2}{9} \times \frac{1}{3}$$

$$P(\text{red and white}) = \frac{2}{27}$$

Una parte importante de este tipo de problemas es que el orden no es importante.

Digamos Irvin eligió un calcetín blanco, lo reemplazó, y luego cogió un calcetín rojo. Calcular la probabilidad.

$$P(\text{white and red}) = \frac{1}{3} \times \frac{2}{9}$$

$$P(\text{white and red}) = \frac{2}{27}$$

Así que, independientemente del orden en que se toma de los calcetines a cabo, la probabilidad es la misma. En otras palabras,  $P(\text{red and white}) = P(\text{white and red})$ .

### Ejemplo C

En el Ejemplo B, ¿qué pasa si el primer calcetín está *no sustituido* ?

La probabilidad de que la primera calcetín es de color rojo es:

$$P(\text{red}) = \frac{4}{18}$$

$$P(\text{red}) = \frac{2}{9}$$

La probabilidad de escoger un calcetín blanco en la segunda selección actual:

$$P(\text{white}) = \frac{6}{17}$$

Notice the denominator decreased by 1. We now have 17 remaining socks in the drawer.

Así que ahora, la probabilidad de seleccionar un calcetín rojo y luego un calcetín blanco, sin reemplazo, es:

$$P(\text{red and white}) = \frac{2}{9} \times \frac{6}{17}$$

$$P(\text{red and white}) = \frac{12}{153}$$

$$P(\text{red and white}) = \frac{4}{51}$$

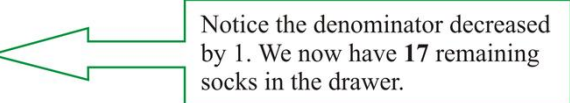
Si el primer calcetín es de color blanco, a  $P(\text{red and white}) = P(\text{white and red})$  lo que encontramos en el ejemplo 1? Vamos a ver.

Texto traducido de: [www.ck12.org](http://www.ck12.org)

$$P(\text{white}) = \frac{6}{18}$$

$$P(\text{white}) = \frac{1}{3}$$

La probabilidad de escoger un calcetín rojo en la segunda selección actual:

$$P(\text{red}) = \frac{4}{17}$$


$$P(\text{white and red}) = \frac{1}{3} \times \frac{4}{17}$$

$$P(\text{white and red}) = \frac{4}{51}$$

Al igual que con el último ejemplo,  $P(\text{red and white}) = P(\text{white and red})$ . Por eso, cuando no para *realmente* importa? Lo sabremos en el siguiente concepto.

### Puntos a tener en cuenta

- ¿Cómo son útiles para determinar las probabilidades de diagramas de árbol?

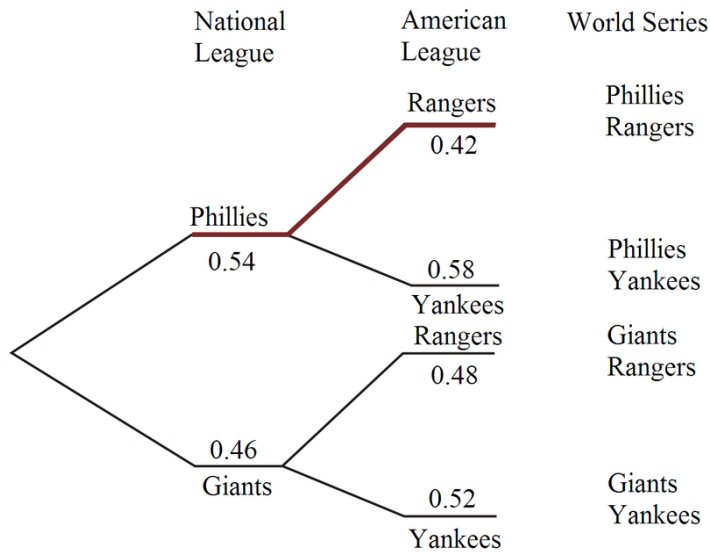
---

## Ejercicios Resueltos

En una encuesta, los fanáticos del béisbol se les pidió que les gustaría ganar los playoffs de la Liga Nacional. 54% respondieron que les gustaría a los Filis a ganar, y el 46% respondió que les gustaría a los Gigantes a ganar. Luego se les pidió a los fans que les gustaría ganar los playoffs de la Liga Americana cuando los Filis ganaran los playoffs de la Liga Nacional, y que les gustaría ganar los playoffs de la Liga Americana cuando los Gigantes ganaran los playoffs de la Liga Nacional. Si los Filis ganaran los playoffs de la Liga Nacional, el 42% de los aficionados respondieron que quieren que los Rangers ganaran los playoffs de la Liga Americana, y el 58% dijo que ellos quieren a los Yankees a ganar. Si los Gigantes ganaran los playoffs de la Liga Nacional, el 48% de los aficionados respondieron que quieren a los Rangers a ganar las eliminatorias de la Liga Americana, y el 52% dijo que ellos quieren a los Yankees a ganar. Los resultados del estudio se muestran en el diagrama de árbol siguiente:

Texto traducido de: [www.ck12.org](http://www.ck12.org)

[www.guao.org](http://www.guao.org)



Según la encuesta, el porcentaje de los aficionados que cada uno de los posibles Serie Mundial match-ups? No todas las probabilidades se suman a 100%?

**Respuesta:**

El porcentaje de los fans queriendo cada uno de los posibles Serie Mundial emparejamientos se puede calcular de la siguiente manera:

$$P(\text{Phillies and Rangers}) = 0.54 \times 0.42$$

$$P(\text{Phillies and Rangers}) = 0.2268$$

$$P(\text{Phillies and Rangers}) = 22.68\%$$

$$P(\text{Phillies and Yankees}) = 0.54 \times 0.58$$

$$P(\text{Phillies and Yankees}) = 0.3132$$

$$P(\text{Phillies and Yankees}) = 31.32\%$$

$$P(\text{Giants and Rangers}) = 0.46 \times 0.48$$

$$P(\text{Giants and Rangers}) = 0.2208$$

$$P(\text{Giants and Rangers}) = 22.08\%$$

$$P(\text{Giants and Yankees}) = 0.46 \times 0.52$$

$$P(\text{Giants and Yankees}) = 0.2392$$

$$P(\text{Giants and Yankees}) = 23.92\%$$

Ahora vamos a añadir todas las probabilidades.

$$22.68\% + 31.32\% + 22.08\% + 23.92\% = 100\%$$

Todas las probabilidades, de hecho, se suman a 100%.

Texto traducido de: [www.ck12.org](http://www.ck12.org)

[www.guao.org](http://www.guao.org)

---

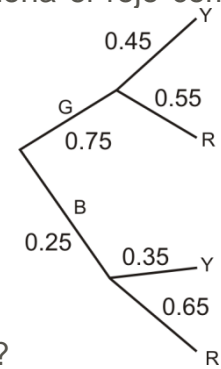
## Ejercicios

1. Una bolsa contiene 3 bolas rojas y 4 bolas azules. Thomas llega en la bolsa y coge una bola al azar de la bolsa. Se coloca de nuevo en la bolsa. Thomas se alcanza en la bolsa y coge otra bola al azar.
  - a. Dibuje un diagrama de árbol para representar a este problema.
  - b. ¿Cuál es la probabilidad de que Thomas recoge:
    - a. 2 bolas rojas
    - b. una bola roja en su segundo empate
2. Un maestro tiene una caja de premios en su recepción para que los estudiantes hacen un trabajo excepcional en la clase de matemáticas. Dentro de la caja hay 20 lápices de matemáticas y 10 borradores muy fresco. Janet completó un problema reto para la Sra. Cameron, y la Sra. Cameron recompensado enfoque de resolución de problemas innovadora de Janet con un viaje a la caja de premio. Janet mete la mano en la caja y saca un premio y luego cae de nuevo pulg Luego se llega de nuevo y recoge un premio por segunda vez.
  - a. Dibuje un diagrama de árbol para representar a este problema.
  - b. ¿Cuál es la probabilidad de que Janet mete la mano en la caja y escoge una goma de borrar en la segunda elección?



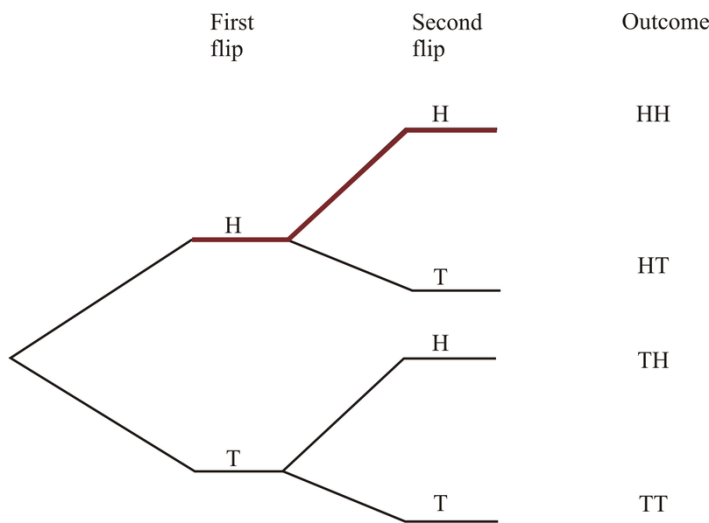
3. Los estudiantes de la Escuela Secundaria BDF se les preguntó sobre sus preferencias con respecto a los nuevos colores de la escuela. Se les dio a elegir entre verde y azul como colores primarios, rojo y amarillo como el color secundario. Los resultados del estudio se muestran en el diagrama de árbol a continuación. Usted puede ver que el 75% de los estudiantes eligen el verde como color primario. De este 75%, 45% eligió el amarillo como color secundario. ¿Cuál es

la probabilidad de que un estudiante en BDF High School selecciona el rojo como



color secundario si él o ella escogió el azul como colores primarios?

4. En la pregunta 3, ¿qué combinación de colores hacen los estudiantes en BDF High School quieren más?
5. De acuerdo con el diagrama de árbol siguiente, ¿cuál es la probabilidad de obtener 1 cabeza y 1 cola al lanzar una moneda 2 veces? Tenga en cuenta que 1 cabeza y 1 cola puede significar una cabeza y una cola o una cola y una cabeza.

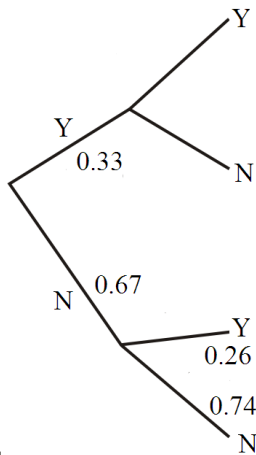


- 6.
7. Si se lanza una moneda 4 veces, ¿cuántas ramas va el diagrama de árbol tienen que representa esta situación?
8. Si se tira un dado 2 veces, ¿cuántas ramas va el diagrama de árbol tienen que representa esta situación?
9. Supongamos que un diagrama de árbol tiene 4 sucursales, y las probabilidades de los resultados que representan 3 de las ramas son 0,12, 0,53 y 0,28, respectivamente. ¿Cuál es la probabilidad de que el resultado representa la rama restante?
10. El siguiente diagrama de árbol representa las respuestas a las 2 preguntas sí / no:

Texto traducido de: [www.ck12.org](http://www.ck12.org)

[www.guao.org](http://www.guao.org)





11.

12. Si la probabilidad de responder que sí a ambas preguntas es 0.1947, ¿cuál es la probabilidad de responder afirmativamente a la segunda cuestión, si la respuesta a la primera pregunta es sí?

13. En la pregunta 9, si la probabilidad de responder que sí a ambas preguntas es 0.1947, ¿cuál es la probabilidad de responder que no a la segunda cuestión, si la respuesta a la primera pregunta es sí?