

GUIA DE TRABAJO #39-A**Materia: Matemáticas.****Tema: Geo. Analítica. Función afín (Santillana 8vo. grado).****Fecha:** _____**Profesor: Fernando Viso****Nombre del alumno:** _____**Sección del alumno:** _____**CONDICIONES:**

- **Trabajo individual.**
- **Sin libros, ni cuadernos, ni notas.**
- **Sin celulares.**
- **Es obligatorio mostrar, explícitamente, el procedimiento empleado para resolver cada problema.**
- **No se contestarán preguntas ni consultas de ningún tipo.**
- **No pueden moverse de su asiento.**
- **No pueden hablar, ni pedir borras, ni lápices, ni calculadoras prestadas.**

MARCO TEORICO:

1.- Definición de función afín: La función afín o función lineal es toda función real de la forma $f(x) = mx + b$, en la que su variable es de primer grado, y m y b son constantes reales.

Ejemplo #1.- Determinar si las siguientes funciones son funciones afines:

- $y = 2x - 3$. Si, con $m = 2; b = -3$.
- $y = 5$. Si, con $m = 0; b = 5$.
- $y = \frac{1}{x} = x^{-1}$. No, porque el exponente de x es distinto de 1.
- $2x - 3y = 2 \Rightarrow y = \left(\frac{2}{3}\right)x - 1$. Si, con $m = \frac{2}{3}; b = -1$.
- $y = x^2$. No, porque el exponente de x es distinto de 1.

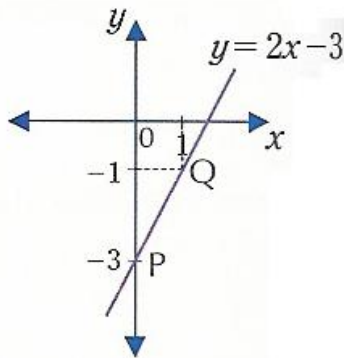
2.- Representación gráfica de la función afín. La representación gráfica de la función afín en el plano cartesiano es una recta no vertical, y para representarla bastará determinar dos de sus puntos en el plano cartesiano y trazar la recta que pasa por dichos puntos.

Ejemplo #2.- Representar gráficamente la función $f(x) = 2x - 3$.

Esta es una función afín con $m = 2; b = -3$. Si se hace $x = 0, \Rightarrow y = -3 \Rightarrow P(0, -3)$.

Si se hace ahora $x = 1 \Rightarrow y = 2 \cdot 1 - 3 = 2 - 3 = -1 \Rightarrow Q(1, -1)$

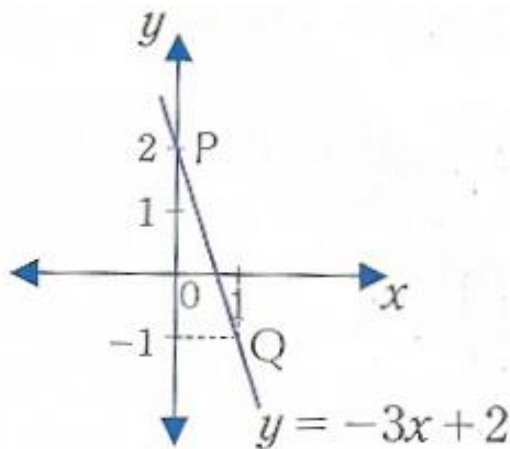
Conociendo dos puntos se puede trazar la recta:



Ejemplo #3.- Representar gráficamente la función $f(x) = -3x + 2$. La función dada es una función afín con $m = -3; b = 2$. Entonces, se procede a darle valores a x :

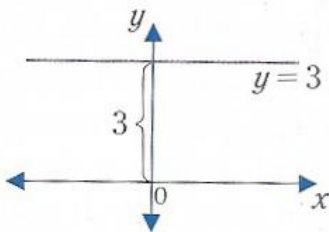
$$f(0) = 0 - 3 \cdot 0 + 2 = 2 \Rightarrow P(0, 2).$$

$$f(1) = -3(1) + 2 = -1 \Rightarrow Q(1, -1).$$



Al unir los dos puntos conocidos con una línea recta se encuentra la gráfica buscada.

Ejemplo #4.- Representar gráficamente la función $f(x) = 3$. Esta es una función afín con $m = 0; b = 3$. En este tipo de función se cumple que $f(0) = f(1) = 3$. La recta pasa, entonces, por los puntos $(0,3)$ y $(1,3)$. Su gráfico es la recta horizontal mostrada en la gráfica siguiente:



3.- Puntos donde la gráfica de la función afín corta los ejes cartesianos: En las funciones afines vistas, se ha determinado el valor de y primero con $x = 0$; ésto se hace por la sencilla razón de que, al hacer $x = 0$, se obtiene el punto donde el gráfico de la función corta al eje vertical. Para obtener donde el gráfico corta al eje horizontal, se hace $y = 0$ y se despeja x .

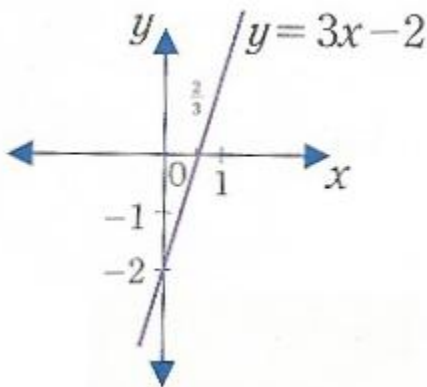
Ejemplo # 5.- ¿ Cuáles son los puntos de corte del gráfico de la función afín $y = 3x - 2$?

Primero, se hace $x = 0$ para hallar el punto de corte con el eje vertical:

$$x = 0 \Rightarrow y = 3 \cdot 0 - 2 = -2 \Rightarrow (0, -2).$$

Se hace ahora $y = 0$, para hallar el punto de corte con el eje horizontal:

$$y = 0 \Rightarrow 0 = 3x - 2 \Rightarrow x = \frac{2}{3} \Rightarrow \left(\frac{2}{3}, 0\right)$$



4.- **Función constante:** La función $y = b$ donde b es un número cualquiera se llama *función constante*. Su gráfico es la recta horizontal que está a la distancia b del eje horizontal.

5.- **Función identidad:** La función afín definida mediante $y = x$ se llama *función identidad*. Cada número se convierte en si mismo, sus puntos son de la forma (x, x) . Por otra parte, dicha recta divide a los ángulos del I y III cuadrantes en dos partes iguales.

PREGUNTAS:

A.- Determinar si las siguientes funciones son afines. ¿Por qué?.

1.- $y = 2x$.

Solución:

Si, porque la variable x es de primer grado y las constantes $m = 2; b = 0$ son constantes reales.

2.- $y = x^2 + 1$.

Solución:

No es función afín, porque la variable x tiene 2 como exponente.

3.- $y = x$.

Solución:

Si es función afín, porque la variable x tiene 1 como exponente y las constantes $m = 1; b = 0$ son constantes reales.

4.- $y = 2x - 2$.

Solución:

Si es función afín, porque x tiene 1 de exponente y las constantes $m = 2; b = -2$ son reales.

5.- $y = \sqrt{x} + 4$

Solución:

No es función afín, ya que la variable x tiene $\frac{1}{2} \neq 1$ como exponente.

6.- $y = 2x + 17$

Solución:

Si es función afín, porque x tiene 1 como exponente, donde $m = 2; b = 17$, son números reales.

7.- $y = \frac{x}{3} - 2$.

Solución:

Si es función afín, porque x tiene 1 como exponente, donde $m = \frac{1}{3}; b = -2$, son números reales.

8.- $y = 2 - x^2$.

Solución:

No es una función afín porque x tiene 2 como exponente.

9.- $y = 2x + \frac{7}{2}$.

Solución:

Si es una función afín, porque x tiene 1 como exponente, donde $m = 2; b = \frac{7}{2}$, son números reales.

10.- $y = 3x - 1$.

Solución:

Si es una función afín, ya que x tiene 1 como exponente, donde $m = 3; b = -1$, son números reales.

11.- $y = x - \frac{1}{x}$

Solución:

No es una función afín, ya que en el segundo término de la derecha la x tiene

-1 como exponente, el cual es diferente de 1.

B.- Completar las siguientes tablas:

1.-

m	b	Función afín
3	2	
-4	5	
1/6	-2	
-1	-4/3	

Solución:

a).- $m = 3; b = 2 \Rightarrow y = 3x + 2$

b).- $m = -4; b = 5 \Rightarrow y = -4x + 5$

c).- $m = \frac{1}{6}; b = -2 \Rightarrow y = \frac{1}{6}x - 2$

d).- $m = -1; b = -\frac{4}{3} \Rightarrow y = -x - \frac{4}{3}$

2.-

m	b	Función afín
		$y = (3/4)x - 1$
		$y = 2x + 5$
		$y = 7x$
		$y = 8$

Solución:

a).- $y = \frac{3}{4}x - 1 \Rightarrow m = \frac{3}{4}; b = -1$

b).- $y = 2x + 5 \Rightarrow m = 2; b = 5$

c).- $y = 7x \Rightarrow m = 7; b = 0$

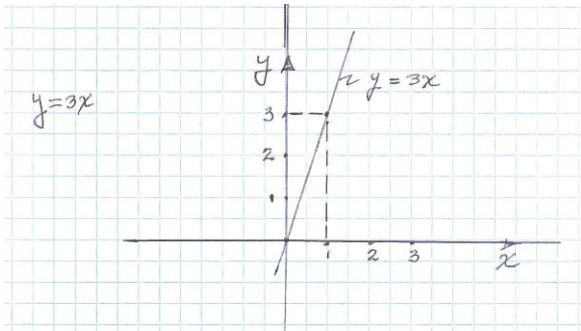
d).- $y = 8 \Rightarrow m = 0; b = 8$

C.- Representar gráficamente las siguientes funciones afines:

1.- $y = 3x$.

Solución:

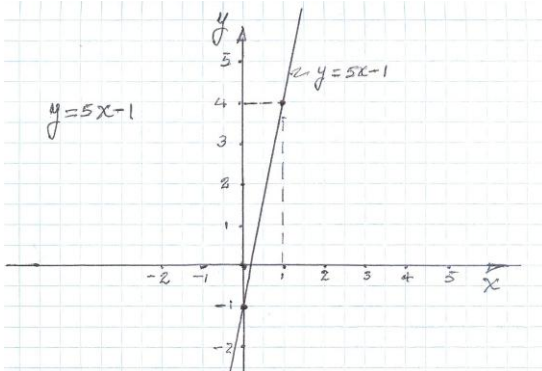
$$y = 3x \Rightarrow x_1 = 0 \Rightarrow y_1 = 0 \Rightarrow P_1 = (0, 0); x_2 = 1 \Rightarrow y_2 = 3 \Rightarrow P_2 = (1, 3)$$



2.- $y = 5x - 1$.

Solución:

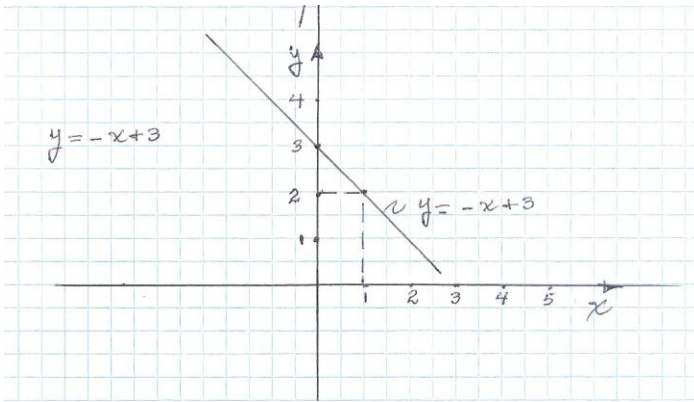
$$y = 5x - 1 \Rightarrow x_1 = 0 \Rightarrow y_1 = -1 \Rightarrow P_1 = (0, -1); x_2 = 1 \Rightarrow y_2 = 4 \Rightarrow P_2 = (1, 4)$$



3.- $y = -x + 3$.

Solución:

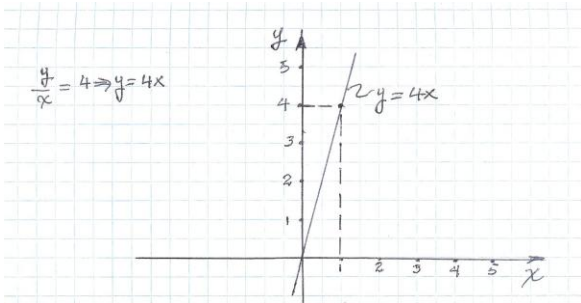
$$y = -x + 3 \Rightarrow x_1 = 0 \Rightarrow y_1 = 3 \Rightarrow P_1(0,3); x_2 = 1 \Rightarrow y_2 = 2 \Rightarrow P_2(1,2)$$



$$4.- \frac{y}{x} = 4.$$

Solución:

$$\frac{y}{x} = 4 \Rightarrow y = 4x \Rightarrow x_1 = 0 \Rightarrow y_1 = 0 \Rightarrow P_1(0,0); x_2 = 1 \Rightarrow y_2 = 4 \Rightarrow P_2(1,4)$$

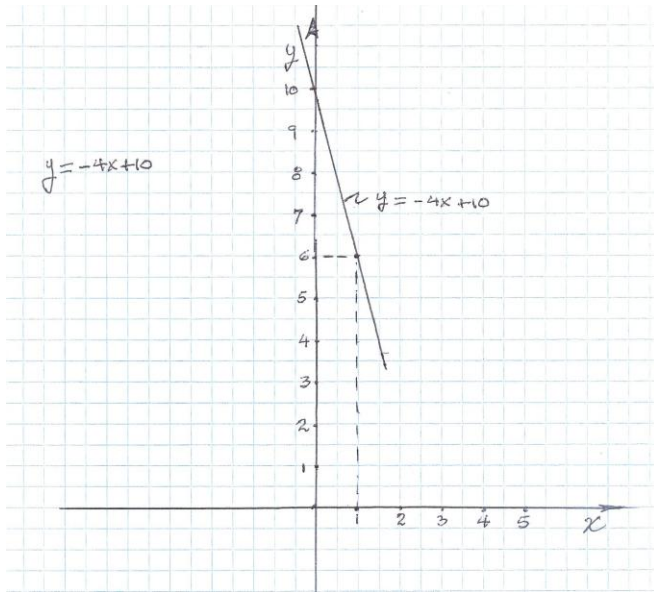


$$5.- y = -4x + 10.$$

Solución:

$$y = -4x + 10 \Rightarrow x_1 = 0 \Rightarrow y_1 = 10 \Rightarrow P_1(0,10);$$

$$x_2 = 1 \Rightarrow y_2 = 6 \Rightarrow P_2(1,6)$$



D.- Dadas dos rectas mediante las funciones afines $f(x) = 5$ y $g(x) = 2x - 1$.
 ¿ En que punto se cortan ambas rectas?.

Solución:

Podemos escribir las rectas como:

$$y = 5; y = 2x - 1 \Rightarrow 5 = 2x - 1 \Rightarrow 6 = 2x \Rightarrow x = 3 \Rightarrow P(2,5)$$

E.- Hallar el punto de intersección de los gráficos de las funciones afines $y = x$ y $x = 5$.

Solución:

$$y = x = 5 \Rightarrow P(5,5)$$

F.- Una recta pasa por el punto $(0,1)$ y su pendiente es 2. ¿Cuál es la función afín que representa la recta?.

Solución:

Si pasa por el punto $(0,1)$ corta al **eje y** en el punto 1, entonces $b = 1$ y la pendiente es dada en el enunciado, o sea : $m = 2$, de donde: $y = mx + b \Rightarrow y = 2x + 1$.

G.- Determinar cuál de las siguientes funciones tiene como representación gráfica el eje de las x :

a). $\Rightarrow y = x$

b). $\Rightarrow y = \frac{2}{3x}$

c). $\Rightarrow y = 0$

d). $\Rightarrow y = x + \frac{1}{4}$

Solución:

c). $\Rightarrow y = 0$ tiene como representación gráfica el eje de las ***x***.

H.- Si el lado de un rectángulo es ***x*** y el otro lado es $2x$, halla la función perímetro de ese rectángulo. ¿Qué tipo de función es?.

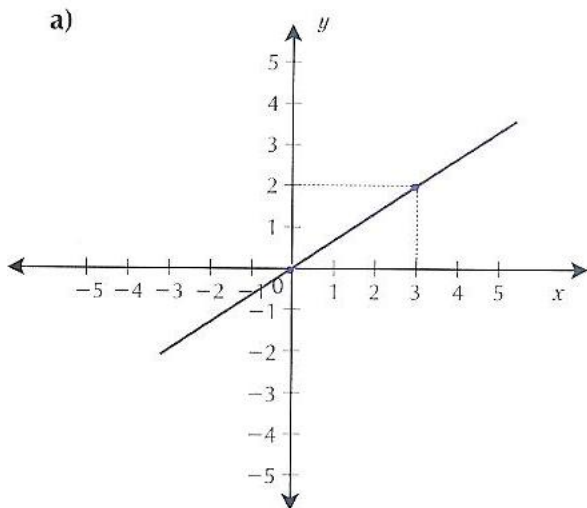
Solución:

$P = 2(x + 2x) = 6x$. Es una función afín.

I.- Traza el gráfico de cada una de las funciones dadas. Identifica cual de las funciones es constante y cual es identidad.

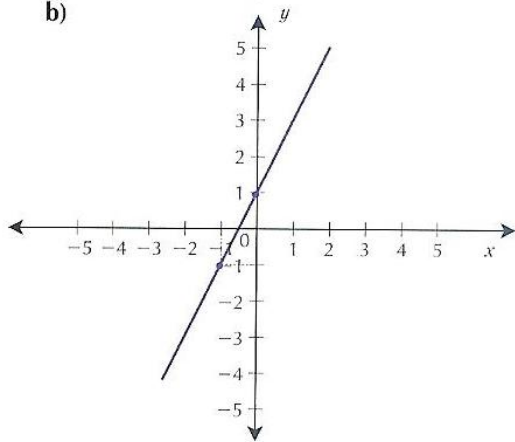
a).- $y = \frac{2}{3}x$

Solución: Función afín.



b).- $y = 2x + 1$

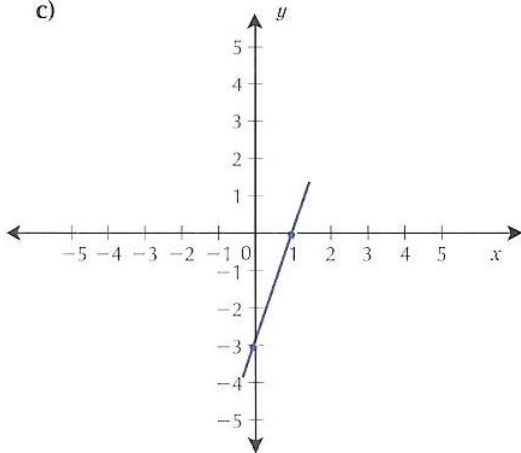
b)



c).- $y = 3x - 3$

Solución: **Función afín.**

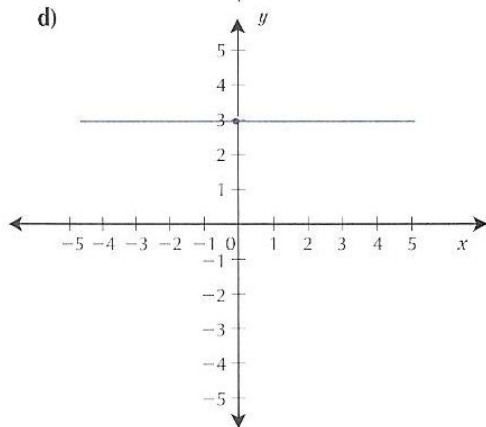
c)



d).- $y = 3$

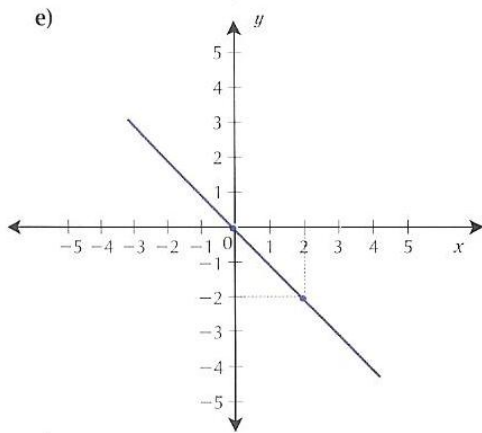
Solución: **Función constante.**

d)



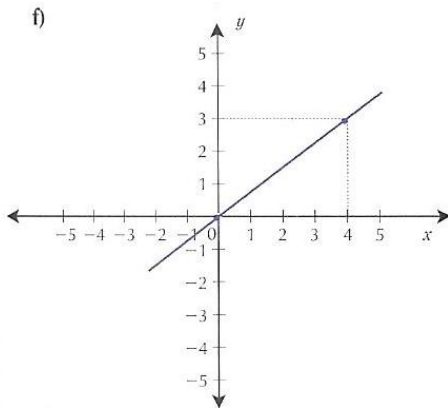
e).- $y = -x$

Solución: Función afín.



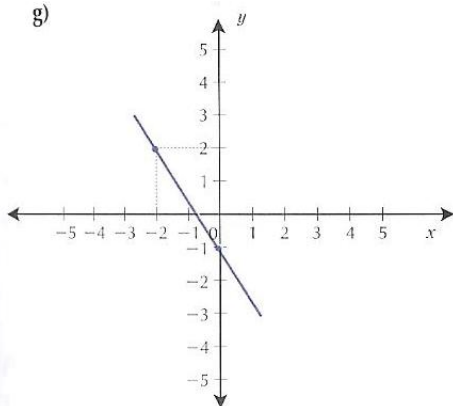
f).- $y = \frac{3}{4}x$

Solución:



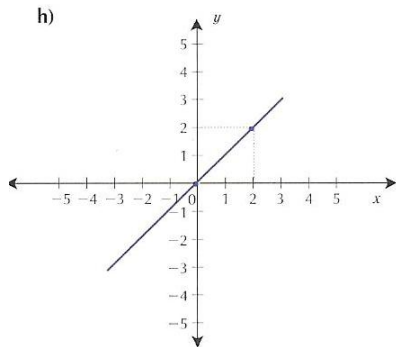
g).- $y = -\frac{3}{2}x - 1$

Solución: Función afín.



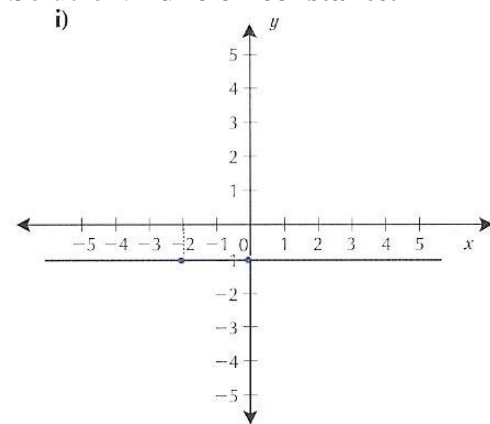
h).- $y = x$

Solución: **Función identidad.**



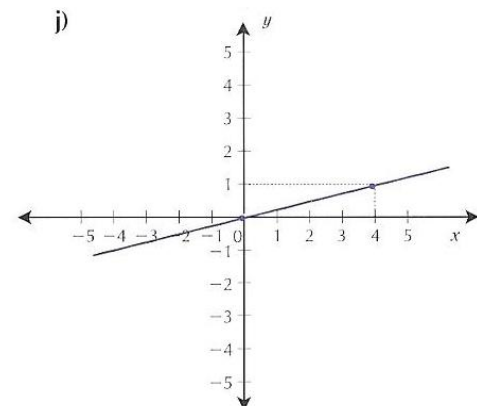
i).- $y = -1$

Solución: **Función constante.**



j).- $y = \frac{1}{4}x$

Solución: **Función afín.**



J.- Un comerciante fabrica mesas para computadoras y las vende a Bs. 25.000,00 cada una. El costo fijo del negocio es Bs. 1.300.000,00 y la fabricación de cada mesa le cuesta Bs. 12.000,00 . Se hace las siguientes preguntas que responde a través de funciones afines.

a).- ¿Cuál es el ingreso que recibe en función del número de mesas que vende?.

Solución:

Sea $f_{(x)}$ la función que permite determinar el ingreso, entonces x es el número de mesas que se venden y se multiplica por Bs. 25.000,0 que es el precio unitario de venta al público, luego la función es $f_{(x)} = 25000 \cdot x$.

b).- ¿Cuáles son los costos totales del negocio en función del número de mesas?.

Solución:

Se sabe que el costo del negocio sin incluir las mesas es de Bs. 1.300.000,00, faltará entonces agregar a esto el costo de fabricación de cada mesa. Si x es el número de mesas, entonces la función costo total del negocio en función del número de mesas es:

$$C_{(x)} = 1.300.000,0 + 12.000 \cdot x$$

c).- ¿Cuál es la ganancia en función del número de mesas?.

Solución:

La ganancia es la diferencia entre los ingresos y los costos. En este caso, será la diferencia entre las dos funciones encontradas anteriormente. Si se llama $G_{(x)}$ a la función ganancia:

$$\begin{aligned} G_{(x)} &= f_{(x)} - C_{(x)} = 25.000 \cdot x - (1.300.000 + 12.000x) \Rightarrow \\ &\Rightarrow G_{(x)} = 13.000x - 1.300.000 \end{aligned}$$

d).- ¿Qué ocurre si vende 50 mesas?.

Solución:

$$G_{(50)} = 13.000(50) - 1.300.000 = -650.000 (\text{Bs.})$$

El signo negativo indica que el comerciante no está obteniendo ganancias y por el contrario tiene pérdidas.

e).- ¿Qué número de mesas mínimo debe vender el comerciante para no tener pérdidas?.

Solución:

$$G_{(x)} = 13000x - 1.300.000 = 0 \Rightarrow x = \frac{1.300.000}{13.000} = 100(\text{mesas})$$

K).- Se compran unas 400 pelotas a Bs. 300,0 cada una para venderlas a Bs. 400,0. Si los costos fijos son Bs. 30.000,0 expresa la ganancia en base al número de pelotas y calcula la ganancia total.

Solución:

Sea **X** el número de pelotas.

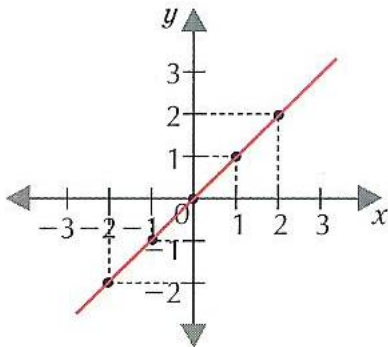
Ingresos: $f_{(x)} = 400x$

Costos: $C_{(x)} = 30000 + 300x$

Ganancia: $G_{(x)} = f_{(x)} - C_{(x)} = 400x - (30.000 + 300x) = 100x - 30000$

Ganancia total: $G_{(400)} = 100 \cdot 400 - 30000 = 40.000 - 30.000 = 10.000(\text{Bs.})$

L.- ¿Cuál de las siguientes funciones está representado en la gráfica?.



Solución:

a).- $y = 2x$ (NO)

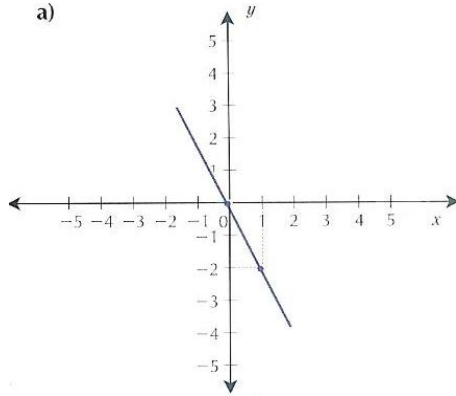
b).- $y = x$ (SI)

c).- $y = x + 1$ (NO)

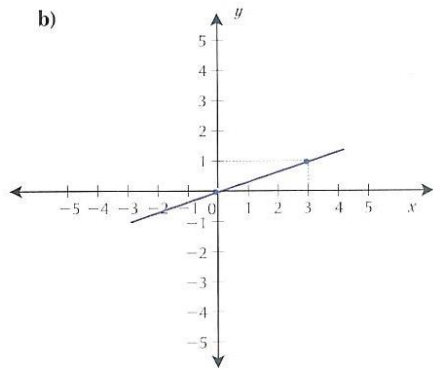
La solución es $(b) \Rightarrow y = x$

M).- Traza cada una de las gráficas de las funciones dadas a continuación. ¿Qué particularidad tienen los gráficos?.

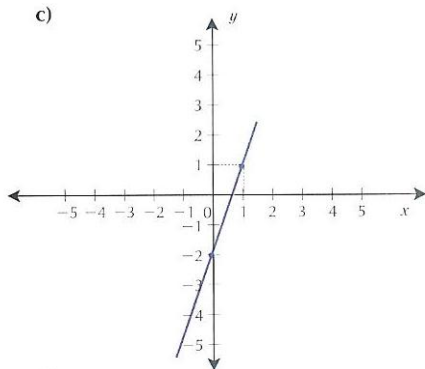
a).- $y = -2x$



b).- $y = \frac{x}{3}$

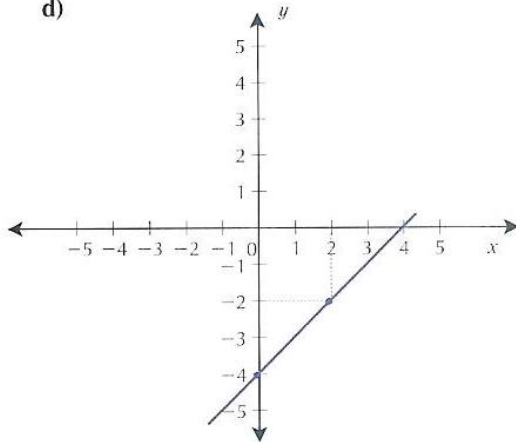


c).- $y = 3x - 2$



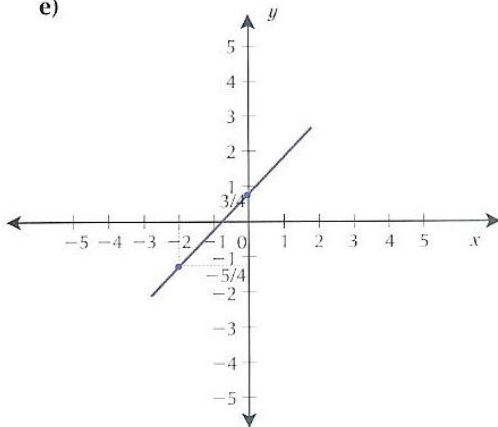
d).- $y = x - 4$

d)



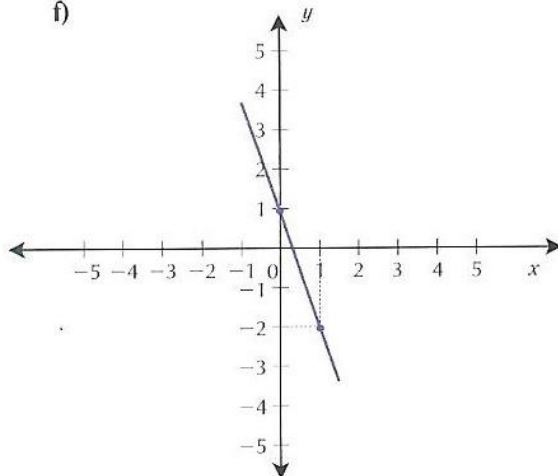
e).- $y = x + \frac{3}{4}$

e)



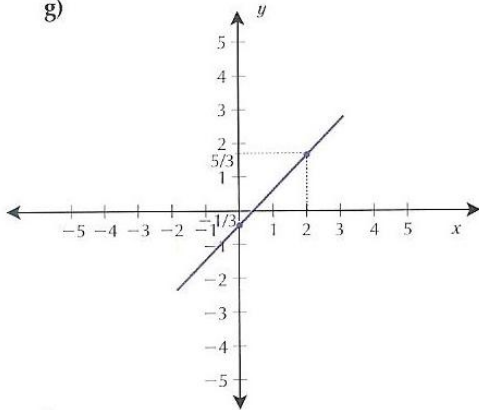
f).- $y = -3x + 1$

f)



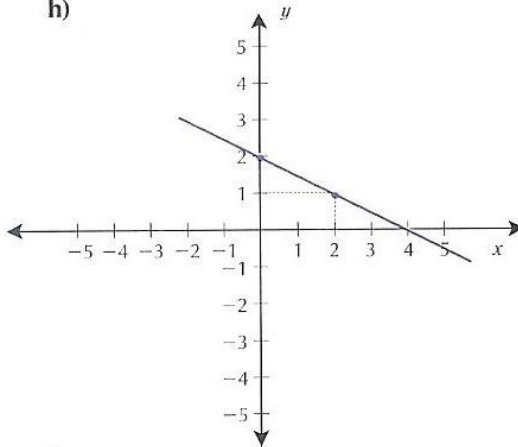
g).- $y = x - \frac{1}{3}$

g)



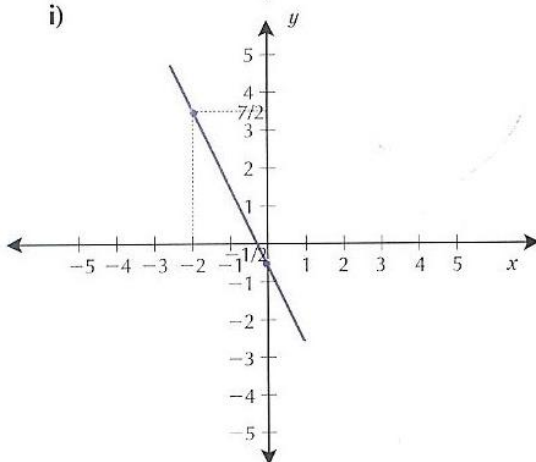
h).- $y = -\frac{x}{2} + 2$

h)



i).- $y = -2x - \frac{1}{2}$

i)



Nota: Todas las gráficas son líneas rectas. Funciones afines.

N).- Considérese la función $y = 2x - 1$. ¿Cuáles de los siguientes puntos está en el gráfico de esta función?

a).- $(0, 0)$

Solución: **NO.**

b).- $(1, 1)$

Solución: **SI**

c).- $(0, -1)$

Solución: **SI.**

d).- $(1, 0)$

Solución: **NO**

e).- $(1, -1)$

Solución: **NO.**

f).- $\left(\frac{1}{4}, -\frac{1}{2}\right)$

Solución: **SI.**

g).- $\left(\frac{1}{2}, \frac{1}{3}\right)$

Solución: **NO.**

h).- $\left(\frac{1}{3}, -\frac{1}{3}\right)$

Solución: **SI**

Ñ).- Las funciones afines $f_{(x)} = 2x - 3$ y $g_{(x)} = x - 3$ cortan al eje vertical en el mismo punto. ¿Cuál es ese punto?

Solución:

Efectivamente, el punto común de corte es $(0, -3)$.

O).- ¿Qué particularidad tienen los gráficos de las funciones afines que se dan a continuación?

- a).- $y = 2x - 1$
- b).- $y = 2x + 1$
- c).- $y = 2x + 3$
- d).- $y = 2x - 2$
- e).- $y = 2x - 3$
- f).- $y = 2x - 4$

Solución: Todas son líneas rectas, expresadas en su forma reducida, con pendientes iguales, $m = 2$, por lo tanto, todas son paralelas entre sí.

P).- Escribe una función afín cuyo gráfico tenga las siguientes características:

a).- Pase por el origen de coordenadas y el segundo cuadrante.

Solución: $y = -x$

b).- Pase por el origen de coordenadas y el tercer cuadrante:

Solución: $y = x$

c).- Pase por el punto $(1,1)$ y sea paralela al eje horizontal.

Solución: $y = 1$.

Q).- Escribe una función lineal que determine:

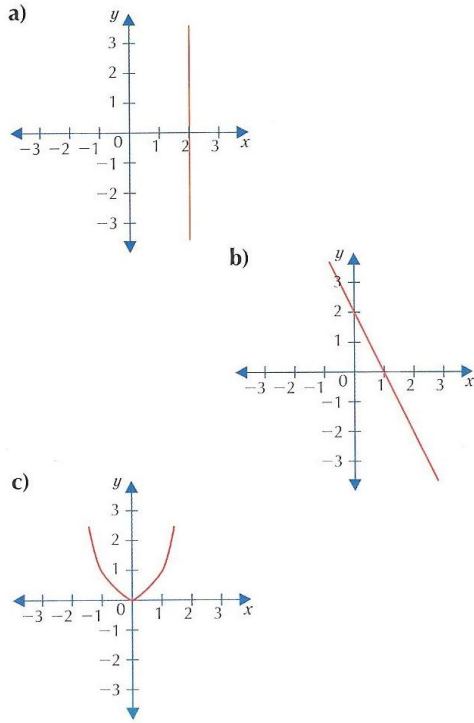
a).- La longitud de una circunferencia de radio x .

Solución: $L = 2\pi x$

b).- El perímetro de un cuadrado de lado x .

Solución: $P = 4x$

R).- ¿Cuáles de los siguientes gráficos determinan una función afín?



Solución:

a).- SI

b).-SI

c).- NO

S).- Escribe en cada caso la ecuación de la función que se asocia a cada número:

a).- El mismo número.

Solución: $y = x$.

b).- Los tres cuartos del número.

Solución: $y = \frac{3}{4}x$

c).- Tres menos el doble del número.

Solución: $y = 3 - 2x$

d).- Cuatro más tres veces el número.

Solución: $y = 4 + 3x$

T).- Responde:

a).- ¿Una función constante es una función identidad?

Solución: NO.

b).- ¿Una función constante es una función identidad?.

Solución: NO.

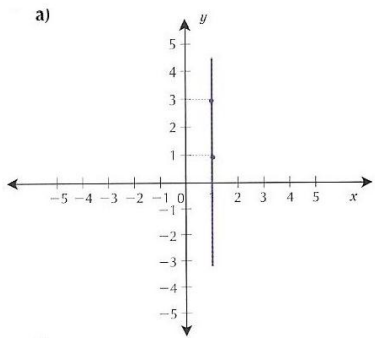
c).- ¿Representa $y = \frac{1}{x}$ una función afín?

Solución: NO porque el exponente de x es $-1 \neq 1$.

U).- Dibuja la recta que pasa por los puntos:

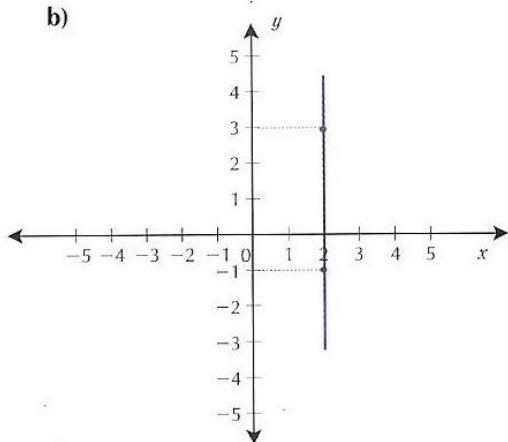
a).- $(1,1);(1,3)$

Solución:



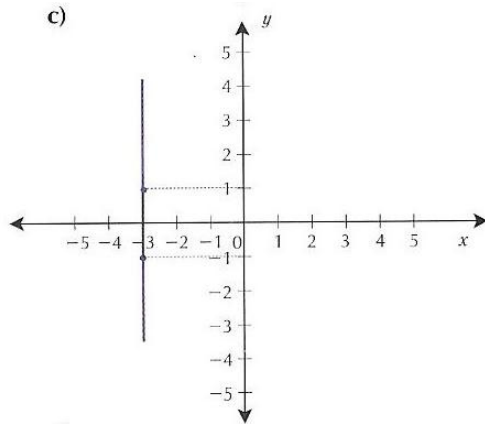
b).- $(2,3);(2,-1)$

Solución:

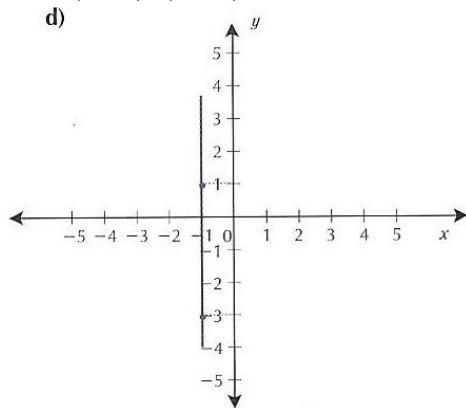


c).- $(-3,1);(-3,-1)$

Solución:



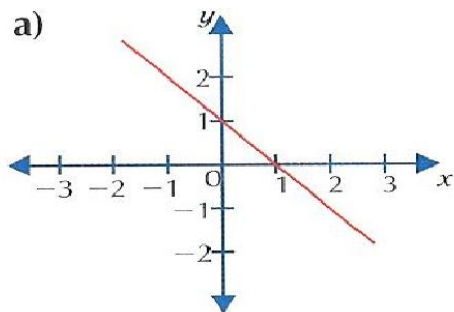
d).- $(-1,1);(-1,3)$



¿Son funciones las rectas obtenidas?. No son funciones.

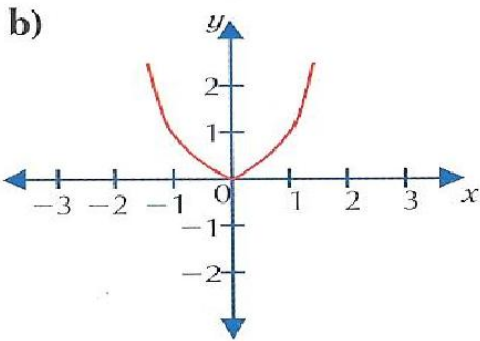
V).- Identifica cada gráfica con su respectiva ecuación:

a).-



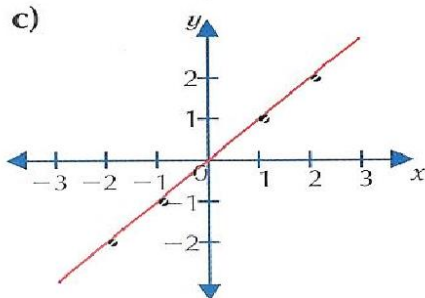
Solución: $y = -x + 1$

b).-



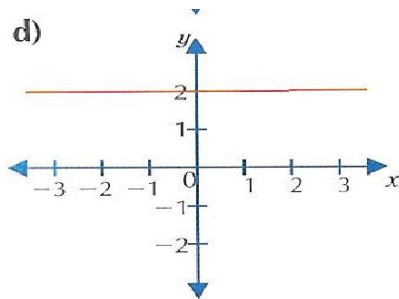
Solución: $y = x^2$

c).-



Solución: $y = x$

d).-



Solución: $y = 2$

W).- Considera las rectas $f_{(x)} = 2x+1; g_{(x)} = x$. Halla un punto que esté en los dos gráficos.

Solución:

$$y = 2x + 1 = x \Rightarrow x = -1 \Rightarrow y = x \Rightarrow y = -1 \Rightarrow P(-1, -1)$$

Y).- Un chofer de grúas establece la siguiente tarifa: por buscar el carro accidentado cobra Bs. 5.000,0 y luego cobra Bs. 500,0 por cada kilómetro recorrido.

a).- Describe lo que cobrará por cada kilómetro recorrido en función de la distancia.

Solución: Sea x la distancia recorrida en kilómetros.

$$P = 500x + 5.000,0$$

b).- ¿Cuánto cobrará por llevar un automóvil a una distancia de 150 Km:?

Solución:

$$P = 500 \cdot x + 5.000,0 \Rightarrow 500 \cdot 150 + 5000 = 75000 + 5000 = 80.000,0 \text{ (Bs.)}$$

Z).- Juan cobra Bs. 1.000,0 por buscarte a tu casa y luego Bs. 100,0 por cada kilómetro que recorre. Pedro cobra Bs. 700,0 por buscarte y Bs. 120,0 por cada kilómetro recorrido. Si vas a un lugar situado a 5 kilómetros de tu casa, ¿con cuál de los dos te costará menos?.

Solución:

$$\text{Juan} = 1000 + 100x \Rightarrow \text{Juan} = 1000 + 100(5) = 1500 \text{ (Bs.)}$$

$$\text{Pedro} = 700 + 120x \Rightarrow \text{Pedro} = 700 + 120(5) = 1300 \text{ (Bs.)} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \text{Pedro} < \text{Juan}$$

AA).- Resuelve cada uno de los siguientes planteamientos:

a).- El costo total de fabricación de unos productos consiste en unos gastos fijos de Bs. 50.000,0 más los costos de producción de Bs. 600,0 por unidad. Expresa el costo total como una función del número de unidades producidas. ¿Cuál es el costo total si se fabrican 8 unidades?.

Solución: Sea x el número de unidades producidas.

$$C_T = 50.000,0 + 600x \Rightarrow C_{T(8)} = 50000 + 600(8) = 54.800,0 \text{ (Bs.)}$$

b).- Una agencia de alquiler de automóviles cobra Bs. 50.000,0 más Bs. 100 por kilómetro. Una segunda agencia cobra Bs. 60.000,0 más Bs. 90,0 por kilómetro. ¿Qué agencia ofrece el servicio más económico?.

Solución:

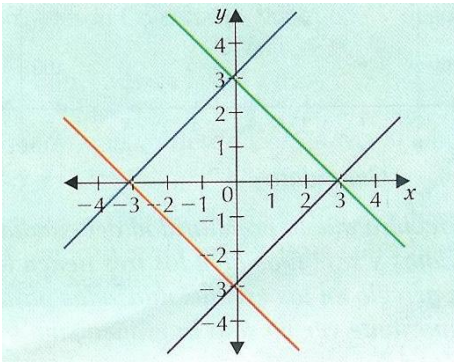
Primero se buscará el punto de equilibrio que consiste en encontrar la distancia tal que es indiferente usar cualquiera de las dos agencias; o sea:

$$50000 + 100x = 60000 + 90x \Rightarrow 10x = 10000 \Rightarrow x = 1000(\text{Km.})$$

Entonces, para $x < 1000(\text{Km.})$ la primera agencia es la mejor.

También, para $x > 1000(\text{Km.})$ la segunda opción es la mejor.

BB).- En la gráfica que observas están representadas cuatro rectas. Indica que recta corresponde a cada ecuación:



- a).- $y = x + 3$
- b).- $y = -x + 3$
- c).- $y = x - 3$
- d).- $y = -x - 3$

Solución: Notar que cada recta está en un cuadrante distinto. Entonces:

- a).- $y = x + 3 \Rightarrow \text{II (Cuadrante)}$
- b).- $y = -x + 3 \Rightarrow \text{I (Cuadrante)}$
- c).- $y = x - 3 \Rightarrow \text{IV (Cuadrante)}$
- d).- $y = -x - 3 \Rightarrow \text{III (Cuadrante)}$

