7

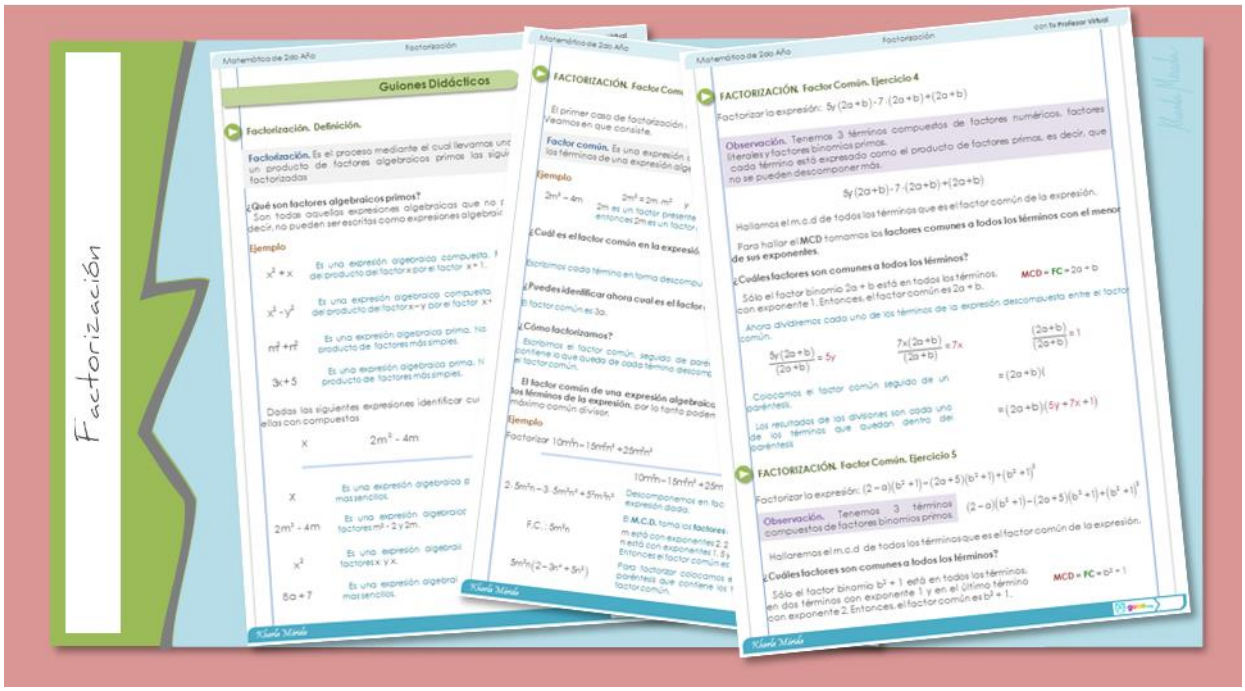
7ma Unidad

Factorización

7.1 Definición y Factor Común.

Vivir lo que decidimos, ligeros e inspirados, o… Vivir lo que decidimos cargados de lamentos… Elijo vivir ligera e inspirada en construir.

Descripción



Descomponer en factores primos es un proceso que aprendimos antes con números, ahora nos toca aprender a descomponer expresiones algebraicas en factores primos, lo que es de gran valor para transformar y simplificar estructuras matemáticas. Este objetivo es el inicio de una serie de herramientas, asociadas con la descomposición y simplificación de expresiones, determinante para poder desarrollar procedimientos en cálculos de niveles más avanzados. Acompáñanos a aprender esta herramienta.

Conocimientos Previos Requeridos

Operaciones y Propiedades de los Números Naturales y los Números Enteros.

Contenido

Definición de Factor Común, Ejercicios de Factor Común, Asociación de Términos de Factor Común.

Videos Disponibles

FACTORIZACIÓN. Definición

FACTORIZACIÓN. Factor Común. Cómo Reconocerla y Cómo Factorizarla

FACTORIZACIÓN. Factor Común. Ejercicio 1

FACTORIZACIÓN. Factor Común. Ejercicio 2

FACTORIZACIÓN. Factor Común. Ejercicio 3

FACTORIZACIÓN. Factor Común. Ejercicio 4

FACTORIZACIÓN. Factor Común. Ejercicio 5

FACTORIZACIÓN. Factor Común. Asociación de Términos. Ejercicio 1

FACTORIZACIÓN. Factor Común. Asociación de Términos. Ejercicio 2. Opción 1

FACTORIZACIÓN. Factor Común. Asociación de Términos. Ejercicio 2. Opción 2

FACTORIZACIÓN. Factor Común. Asociación de Términos. Ejercicio 3

Se sugiere la visualización de los videos por parte de los estudiantes previo al encuentro, de tal manera que sean el punto de partida para desarrollar una dinámica participativa, en la que se use eficientemente el tiempo para fortalecer el Lenguaje Matemático y desarrollar destreza en las operaciones.

Guiones Didácticos

Factorización. Definición.

Factorización. Es el proceso mediante el cual llevamos una expresión algebraica a un producto de factores algebraicos primos las siguientes expresiones están factorizadas

¿Qué son factores algebraicos primos?

Son todas aquellas expresiones algebraicas que no pueden descomponerse, es decir, no pueden ser escritas como expresiones algebraicas mas simples.

Ejemplo

$x^2 + x$	Es una expresión algebraica compuesta. Resulta del producto del factor x por el factor x + 1.	$x^2 + x = x(x+1)$
$x^2 - y^2$	Es una expresión algebraica compuesta. Resulta del producto del factor x – y por el factor x + y.	$x^2 - y^2 = (x-y)(x+y)$
$m^2 + n^2$	Es una expresión algebraica prima. No resulta del producto de factores más simples.	
$3x + 5$	Es una expresión algebraica prima. No resulta del producto de factores más simples.	

Dadas las siguientes expresiones identificar cuales de ellas son primas y cuales de ellas con compuestas

x $\quad 2m^3 - 4m$ $\quad x^2$ $\quad 8a + 7$

x	Es una expresión algebraica prima. No resulta del producto de factores mas sencillos.
$2m^3 - 4m$	Es una expresión algebraica compuesta. Resulta del producto de los factores $m^2 - 2$ y $2m$.
x^2	Es una expresión algebraica compuesta. Resulta del producto de los factores x y x.
$8a + 7$	Es una expresión algebraica prima. No resulta del producto de factores mas sencillos.

FACTORIZACIÓN. Factor Común. Cómo Reconocerlo y Cómo Factorizarlo

El primer caso de factorización que estudiaremos es factorización por factor común. Veamos en que consiste.

Factor común. Es una expresión que se encuentra presente como factor en todos los términos de una expresión algebraica dada.

Ejemplo

$2m^3 - 4m$

$2m^3 = 2m \cdot m^2$ y $4m = 2m \cdot 2$

2m es un factor presente en ambos términos, entonces 2m es un factor común.

$2m^3 - 4m = 2m \cdot m^2 - 2m \cdot 2$

¿Cuál es el factor común en la expresión $6a^2 + 9a - 15ab - 3a$**?**

Escribimos cada término en forma descompuesta

$$6a^2 + 9a - 15ab - 3a$$
$$3a \cdot 2a + 3a \cdot 3 - 3a \cdot 5b - 3a \cdot 1$$

¿Puedes identificar ahora cual es el factor común?

El factor común es 3a.

$$3a \cdot 2a + 3a \cdot 3 - 3a \cdot 5b - 3a \cdot 1$$

¿Cómo factorizamos?

Escribimos el factor común, seguido de paréntesis que contiene lo que queda de cada término descompuesto, sin el factor común.

$$3a \cdot (2a + 3 - 5b - 1)$$

El factor común de una expresión algebraica es el máximo común divisor de todos los términos de la expresión, por lo tanto podemos aplicar el algoritmo del cálculo del máximo común divisor.

Ejemplo

Factorizar $10m^2n - 15m^2n^5 + 25m^2n^3$

$$10m^2n - 15m^2n^5 + 25m^2n^3$$

$2 \cdot 5m^2n - 3 \cdot 5m^2n^5 + 5^2m^2n^3$

Descomponemos en factores primos todos los términos de la expresión dada.

El **M.C.D.** toma los **factores comunes con su menor exponente**.

F.C.: $5m^2n$

m está con exponentes 2, 2 y 2 lo tomamos con exponente 2.
n está con exponentes 1, 5 y 3 lo tomamos con exponente 1.
Entonces el factor común es 5m cuadrado n.

$5m^2n(2 - 3n^4 + 5n^2)$

Para factorizar colocamos el factor común seguido de un paréntesis que contiene los términos ya simplificados (sin el factor común.

¿Cómo obtenemos los términos simplificados?

Con la práctica es algo que se hace mentalmente pero vamos a mostrar la versión cámara lenta de esta operación

Dividimos cada término entre el factor común.

$$\frac{2\cdot 5m^2n}{5m^2n}=2 \qquad \frac{3\cdot 5m^2n^5}{5m^2n}=3n^4 \qquad \frac{5^2m^2n^3}{5m^2n}=5n^2$$

Nota: esta división puede omitirse de forma escrita. Para efectos didácticos, y con el objetivo de mostrar la operación que se debe ejecutar, la hemos presentado.

Los resultados de cada división corresponde a cada uno de los términos de la expresión factorizada.

$$2\cdot 5m^2n-3\cdot 5m^2n^5+5^2m^2n^3=5m^2n\left(2-3n^4+5n^2\right)$$

FACTORIZACIÓN. Factor Común. Ejercicio 1

Factorizar la expresión: $4x^2y+12x^3y^7-18x^5y^2+2xy$

Observación: Tenemos 4 términos compuestos de factores numéricos y factores literales.

$$4x^2y+12x^3y^7-18x^5y^2+2xy$$

Descomponemos en factores primos los factores numéricos, para hallar el m.c.d. de todos los términos, que es el factor común de la expresión.

$$=2^2x^2y+2^2\cdot 3x^3y^7-2\cdot 3^2x^5y^2+2xy$$

$4=2^2$ $\quad 12=2^2\cdot 3$ $\quad 18=2\cdot 3^2$ $\quad 2=2\cdot 1$

Sabemos que para hallar el **MCD** tomamos los **factores comunes a todos los términos con el menor de sus exponentes**.

¿Cuáles factores son comunes a todos los términos?

MCD = FC = 2xy

El producto 2xy cumple con las condiciones del MCD.

$$=2^2x^2y+2^2\cdot 3x^3y^7-2\cdot 3^2x^5y^2+2xy$$

Ahora dividiremos cada uno de los términos de la expresión descompuesta entre el factor común.

$$\frac{2^2x^2y}{2xy}=2x \qquad \frac{2^2\cdot 3x^3y^7}{2xy}=2\cdot 3x^2y^6 \qquad \frac{2\cdot 3^2x^5y^2}{2xy}=3^2x^4y \qquad \frac{2xy}{2xy}=1$$

Colocamos el factor común seguido de un paréntesis. $=2xy($

Los resultados de las divisiones son cada uno de los términos que quedan dentro del paréntesis

$$=2xy\left(2x+2\cdot 3x^2y^6-3^2x^4y+1\right)$$

Efectuamos las operaciones indicadas en los factores numéricos y obtenemos la expresión factorizada en su forma más simple

$$= 2xy\left(2x + 6x^2y^6 - 9x^4y + 1\right)$$

FACTORIZACIÓN. Factor Común. Ejercicio 2

Factorizar la expresión: $10m^2n^3 + 14m^3n^2 - 18m^4n^3 - 16m^3n^4$

Observación. Tenemos 4 términos compuestos de factores numéricos y factores literales.

$$10m^2n^3 + 14m^3n^2 - 18m^4n^3 - 16m^3n^4$$

Descomponemos en factores primos los factores numéricos, para hallar el m.c.d. de todos los términos, que es el factor común de la expresión.

$$10 = 2\cdot 5 \qquad 14 = 2\cdot 7 \qquad 18 = 2\cdot 3^2 \qquad 16 = 2^4$$

$$= 2\cdot 5m^2n^3 + 2\cdot 7m^3n^2 - 2\cdot 3^2m^4n^3 + 2^4m^3n^4$$

Sabemos que para hallar el **MCD** tomamos los **factores comunes a todos los términos con el menor de sus exponentes**.

¿Cuáles factores son comunes a todos los términos?

El producto $2m^2n^2$ cumple con las condiciones del MCD.

MCD = FC = $2m^2n^2$

Ahora dividiremos cada uno de los términos de la expresión descompuesta entre el factor común.

$$= 2\cdot 5m^2n^3 + 2\cdot 7m^3n^2 - 2\cdot 3^2m^4n^3 + 2^4m^3n^4$$

$$\frac{2\cdot 5m^2n^3}{2m^2n^2} = 5n \qquad \frac{2\cdot 7m^3n^2}{2m^2n^2} = 7m \qquad \frac{2\cdot 3^2m^4n^3}{2m^2n^2} = 3^2m^2n \qquad \frac{2^4m^3n^4}{2m^2n^2} = 2^3mn^2$$

Colocamos el factor común seguido de un paréntesis.

$$= 2m^2n^2($$

Los resultados de las divisiones son cada uno de los términos que quedan dentro del paréntesis

$$= 2m^2n^2\left(5n + 7m - 3^2m^2n + 2^3mn^2\right)$$

FACTORIZACIÓN. Factor Común. Ejercicio 3

Factorizar la expresión: $\frac{4}{35}x^2y-\frac{12}{5}x^2y+\frac{8}{15}xy^3-\frac{16}{25}x^3y$

Observación. Tenemos 4 términos compuestos de factores numéricos y factores literales

$$\frac{4}{35}x^2y-\frac{12}{5}x^2y+\frac{8}{15}xy^3-\frac{16}{25}x^3y$$

Descomponemos en factores primos los factores numéricos, para hallar el m.c.d de todos los términos que es el factor común de la expresión.

$$=\frac{2^2}{5\cdot 7}x^2y+\frac{2^2\cdot 3}{5}x^2y-\frac{2^3}{3\cdot 5}xy^3+\frac{2^4}{5^2}x^3y$$

Sabemos que para hallar el **MCD** tomamos los **factores comunes a todos los términos con el menor de sus exponentes**.

¿Cuáles factores son comunes a todos los términos?

El producto $\frac{2}{5}xy$ cumple con las condiciones del MCD.

MCD = FC = $\frac{2}{5}xy$

Ahora dividiremos cada uno de los términos de la expresión descompuesta entre el factor común.

$$\frac{\frac{2^2}{5\cdot 7}x^2y}{\frac{2^2}{5}xy}=\frac{1}{7}x \qquad \frac{\frac{2^2\cdot 3}{5}x^2y}{\frac{2^2}{5}xy}=3x \qquad \frac{\frac{2^3}{3\cdot 5}xy^3}{\frac{2^2}{5}xy}=\frac{2}{3}y \qquad \frac{\frac{2^4}{5^2}x^3y}{\frac{2^2}{5}xy}=\frac{2^2}{5}x^2$$

Colocamos el factor común seguido de un paréntesis.

$$=\frac{2}{5}xy($$

Los resultados de las divisiones son cada uno de los términos que quedan dentro del paréntesis

$$=\frac{2}{5}xy\left(\frac{1}{7}x+3x-\frac{2}{3}y+\frac{2^2}{5}x^2\right)$$

Efectuamos las operaciones indicadas en los factores numéricos y obtenemos la expresión factorizada en su forma más simple.

$$=\frac{2}{5}xy\left(\frac{1}{7}x+3x-\frac{2}{3}y+\frac{4}{5}x^2\right)$$

FACTORIZACIÓN. Factor Común. Ejercicio 4

Factorizar la expresión: $5y(2a+b)-7\cdot(2a+b)+(2a+b)$

Observación. Tenemos 3 términos compuestos de factores numéricos, factores literales y factores binomios primos.
cada término está expresado como el producto de factores primos, es decir, que no se pueden descomponer más.

$$5y(2a+b)-7\cdot(2a+b)+(2a+b)$$

Hallamos el m.c.d de todos los términos que es el factor común de la expresión.

Para hallar el **MCD** tomamos los **factores comunes a todos los términos con el menor de sus exponentes**.

¿Cuáles factores son comunes a todos los términos?

Sólo el factor binomio 2a + b está en todos los términos, con exponente 1. Entonces, el factor común es 2a + b.

MCD = FC = 2a + b

Ahora dividiremos cada uno de los términos de la expresión descompuesta entre el factor común.

$$\frac{5y(2a+b)}{(2a+b)}=5y \qquad \frac{7x(2a+b)}{(2a+b)}=7x \qquad \frac{(2a+b)}{(2a+b)}=1$$

Colocamos el factor común seguido de un paréntesis.

$$=(2a+b)($$

Los resultados de las divisiones son cada uno de los términos que quedan dentro del paréntesis

$$=(2a+b)(5y+7x+1)$$

FACTORIZACIÓN. Factor Común. Ejercicio 5

Factorizar la expresión: $(2-a)(b^2+1)-(2a+5)(b^2+1)+(b^2+1)^2$

Observación. Tenemos 3 términos compuestos de factores binomios primos.

$$(2-a)(b^2+1)-(2a+5)(b^2+1)+(b^2+1)^2$$

Hallaremos el m.c.d de todos los términos que es el factor común de la expresión.

¿Cuáles factores son comunes a todos los términos?

Sólo el factor binomio $b^2 + 1$ está en todos los términos, en dos términos con exponente 1 y en el último término con exponente 2. Entonces, el factor común es $b^2 + 1$.

MCD = FC = $b^2 + 1$

Ahora dividiremos cada uno de los términos de la expresión descompuesta entre el factor común.

$$\frac{(2-a)(b^2+1)}{(b^2+1)}=(2-a) \qquad \frac{(2a+5)(b^2+1)}{(b^2+1)}=(2a+5) \qquad \frac{(b^2+1)^2}{(b^2+1)}=(b^2+1)$$

Colocamos el factor común seguido de un paréntesis.

$$=(b^2+1)($$

Los resultados de las divisiones son cada uno de los términos que quedan dentro del paréntesis

$$=(b^2+1)\left[(2-a)-(2a+5)+(b^2+1)\right]$$

Desagrupamos los términos dentro del corchete eliminando paréntesis.

$$=(b^2+1)\left[2-a-2a-5+b^2+1\right]$$

Simplificamos términos semejantes y obtenemos la forma factorizada más simple de la expresión dada.

$$=(2-a)(b^2-3a-2)$$

FACTORIZACIÓN. Factor Común. Asociación de Términos. Ejercicio 1

Factorizar la expresión: $ab+3a+2b+6$

Observación.
- Tenemos una expresión de 4 términos.
- No hay potencias, por lo que no hay la posibilidad de reunir para formar trinomios cuadrados o diferencias de cuadrados.

Descomponemos en factores primos los factores numéricos, para hallar el m.c.d. de todos los términos, que es el factor común de la expresión.

$$=ab+3a+2b+2\cdot 3$$

Nota: no hay un factor que esté en todos los términos, pero cada factor está en dos de los términos.

Aquí aplicaremos asociación de términos para agrupar y factorizar por etapas. Hay dos posibilidades de agrupación. Veremos las dos.

Opción 1

Reunimos o asociamos (agrupamos) pares de términos con factores en común.
- el 1er y 2do término, que tienen en común el factor a,
- El 3ro y 4to término que tienen en común 2.

$$=(ab+3a)+(2b+2\cdot 3)$$

De la primera asociación sacamos a factor común y de la 2da sacamos 2 factor común.

$$=a(b+3)+2(b+3)$$

¿Qué observas aquí?

Nos quedaron dos términos, el binomio (b + 3) es común a ambos.

Sacamos b +3 factor común $=(b+3)(a+2)$

esto es la forma factorizada más simple de la expresión.

$$ab+3a+2b+6=(b+3)(a+2)$$

Opción 2

Asociamos:

- el 1er y 3er término, que tienen en común el factor b,
- El 2do y 4to término que tienen en común 3.

De la primera asociación sacamos a factor común y de la 2da sacamos 2 factor común.

$$=ab+3a+2b+2\cdot 3$$

$$=(ab+2b)+(3a+2\cdot 3)$$

$$=b(a+2)+3(a+2)$$

¿Qué observas aquí?

Nos quedaron dos términos, el binomio (a + 2) es común a ambos.

Sacamos b +3 factor común $=(a+2)(b+3)$

esto es la forma factorizada más simple de la expresión.

$$ab+3a+2b+6=(a+2)(b+3)$$

Nota: Por propiedad conmutativa podemos comprobar fácilmente que los resultados obtenidos en cada opción son equivalentes uno de otro.

FACTORIZACIÓN. Factor Común. Asociación de Términos. Ejercicio 2. Opción 1

Factorizar $b^3+b^2+b+1+x^2+b^2x^2$

¿Cuántos términos tiene la expresión?

Tiene 6 términos, todos los términos están expresados en factores primos,

Recordemos. Expresiones como b se considera un factor literal primo porque no se puede escribir como el producto de expresiones más simples. Expresiones como b^3, o b^2x^2 son expresiones compuestas, y podemos ver con claridad los factores primos que las componen en sus potencias.

Observación. No hay un factor primo que esté presente en todos los términos, pero si en al menos dos de ellos.

Veamos las opciones que tenemos en este ejercicio para agrupar.

Podemos asociar agrupando de a 2 términos y asociar agrupando de a 3 términos. La práctica y el dominio de los conocimientos previos harán posible que puedas visualizar opciones de asociación antes de ejecutar algún paso.

Asociando 2 términos

En este caso, agrupamos los primeros dos, los siguientes dos y los últimos dos.

$$\left(b^3+b^2\right)+\left(b+1\right)+\left(x^2+b^2x^2\right)$$

¿qué tienen en común los primeros dos términos? Y los últimos dos términos?

En los primeros dos el factor común es b^2 y en los últimos dos términos el factor común es x^2.

$$=\left(b^2\cdot b+b^2\cdot 1\right)+\left(b+1\right)+\left(1\cdot x^2+b^2\cdot x^2\right)$$

Sacamos factor común b^2 en el primer paréntesis, y x^2 del tercer paréntesis.

$$=b^2\left(b+1\right)+\left(b+1\right)+x^2\left(1+b^2\right)$$

Ordenando por conmutativa los términos del ultimo binomio, tenemos dos términos con el factor $(b^2 + 1)$ común.

$$=\left(b+1\right)\left(b^2+1\right)+x^2\left(b^2+1\right) \qquad FC=\left(b^2+1\right)$$

Ahora sacamos factor común $(b^2 + 1)$.

$$=\left(b^2+1\right)\left(b+1+x^2\right)$$

$$b^3+b^2+b+1+x^2+b^2x^2=\left(b^2+1\right)\left(b+1+x^2\right)$$

FACTORIZACIÓN. Factor Común. Asociación de Términos. Ejercicio 2. Opción 2

Factorización: $b^3+b^2+b+1+x^2+b^2x^2$

En la lección anterior vimos cómo factorizar esta expresión agrupando de a dos términos. Ahora agruparemos de a tres términos. esta vez reuniendo el 1er, 2do y último término de la expresión y el 3er, 4to y 5to término.

Asociando 2 términos

En este caso, agrupamos el 1er, 2do y último término de la expresión, y el 3er, 4to y 5to término.

$$\left(b^3+b^2+b^2x^2\right)+\left(b+1+x^2\right)$$

En la primera agrupación el factor común es b^2, y en la 2da agrupación no hay factor común, la dejaremos así por los momentos.

$$=\left(b^3+b^2+b^2x^2\right)+\left(b+1+x^2\right) \qquad FC=b^2$$

Sacamos factor común b^2 en el primer paréntesis, dividiendo cada término entre el factor común.

$$=b^2\left(b+1+x^2\right)+\left(b+1+x^2\right)$$

¿Qué tenemos ahora?

El factor $(b + 1 + x^2)$ es el factor común. $= b^2\left(b+1+x^2\right)+\left(b+1+x^2\right)$

Sacamos $(b + 1 + x^2)$ factor común. $= \left(b+1+x^2\right)\left(b^2+1\right)$

$$b^3+b^2+b+1+x^2+b^2x^2=\left(b+1+x^2\right)\left(b^2+1\right)$$

Hemos llegado al mismo resultado que aplicando la primera opción de asociación, lo que puede verificarse aplicando propiedad conmutativa de los factores que quedaron.

FACTORIZACIÓN. Factor Común. Asociación de Términos. Ejercicio 3

Factorizar: $3a^2-3a^2b+9ab^2-a^2+ab-3b^2$

¿Cuantas opciones tenemos para factorizar agrupando términos?

Tenemos varias maneras de agrupar inicialmente para factorizar esta expresión. Presentaremos una de ellas, la más corta y práctica. Veamos

Agrupamos los primeros tres términos y los últimos tres términos.

$$=\left(3a^2-3a^2b+9ab^2\right)+\left(-a^2+ab-3b^2\right)$$

¿Qué factor común ves en cada una de las agrupaciones?

En la primera agrupación el factor común es 3a. Colocamos 3a fuera del paréntesis y dividimos cada término entre 3a.

$$=\left(3a^2-3a^2b+9ab^2\right)+\left(-a^2+ab-3b^2\right)$$

FC = 3a

y de la segunda agrupación sacamos el signo menos de tal manera que el término a^2 quede positivo como el del primer paréntesis.

$$=3a\left(\frac{3a^2}{3a}-\frac{3a^2b}{3a}+\frac{9ab^2}{3a}\right)-\left(a^2-ab+3b^2\right)$$

$$=3a\left(a-ab+3b^2\right)-\left(a^2-ab+3b^2\right)$$

Ahora tenemos dos términos cuyo factor común es $a^2 - ab + 3b^2$

FC = $a-ab+3b^2$

Colocamos el factor común fuera del paréntesis y dividimos cada término entre él.

$$=3a\left(a-ab+3b^2\right)-\left(a-ab+3b^2\right)$$

$$\frac{3a\cancel{\left(a^2-ab+3b^2\right)}}{\cancel{\left(a^2-ab+3b^2\right)}} \qquad \frac{\cancel{\left(a^2-ab+3b^2\right)}}{\cancel{\left(a^2-ab+3b^2\right)}}$$

$$=\left(a-ab+3b^2\right)(3a-1)$$

$$3a^2-3a^2b+9ab^2-a^2+ab-3b^2=\left(a-ab+3b^2\right)(3a-1)$$

Emparejando el Lenguaje

Factorización. Es el proceso mediante el cual llevamos una expresión algebraica a un producto de factores algebraicos primos las siguientes expresiones están factorizadas.
Factor común. Es una expresión que se encuentra presente como factor en todos los términos de una expresión algebraica dada.

A Practicar

Factorizar las siguientes expresiones

1. $x^2 - xy$
2. $c + c^2$
3. $5m^3 - m$
4. $3t^3 - t^2$
5. $p^3 - 4p^4$
6. $5z^2 - 15z^3$
7. $xy - yz$
8. $a^2b - b^2d$
9. $2m^2y - 6my^2$
10. $8c^2 - 12cd$
11. $9b^3m^2 - 18bm^3$
12. $15x^3y^2 - 60x^2y^3$
13. $35m^2n^3 - 70m^3$
14. $xyz - xyz^2$
15. $24b^2mn^2 - 36m^2n^4$
16. $p^3 - 7p^2 - p$
17. $4m^2 - 8m - 2$
18. $15a^3 - 20a^2 - 5a$
19. $b^3 - b^2y - by^2$
20. $2z^2y - 2zy^2 - 3zy$
21. $b^3 - b^5 - b^7$
22. $x(a - 1) - y(a - 1)$
23. $b(x - 1) - 7(x - 1)$
24. $6(b - 1) - x(b - 1)$
25. $x(m - n) - (m - n)y$
26. $2x(n - 1) - 3y(n - 1)$
27. $a(n - 2) - n - 2$
28. $x(a + 1) - a - 1$
29. $a^2 - 1 - b(a^2 - 1)$
30. $3x(x - 2) - 2y(x - 2)$
31. $1 - x - 2a(1 - x)$
32. $4x(m + n) - n - m$
33. $- m - n + x(m - n)$
34. $x^3(m - n + 4) - y^2(m - n + 4)$
35. $5a(m^2 + n - 1) - 2y(n - 1 + m^2)$
36. $a(3x + y + z) - 3x - y - z$
37. $(x + y)(n + 1) - 3(n + 1)$
38. $(m + 5)(m - 3) + 8n(m - 3)$
39. $(a + 3)(a + 1) - 4(a + 1)$
40. $(x^2 + 2)(m - n) + (m - n)$
41. $a(x - 1) - (a + 2)(x - 1)$
42. $5x(a^2 + 1) + (x + 1)(a^2 + 1)$
43. $(a + b)(a - b) + (a - b)(a - b)$
44. $(x - 3)(x - 4) + (x - 3)(x + 4)$
45. $- m - n - x(m - n)$

¿Lo Hicimos Bien?

Factorizar las siguientes expresiones

1. $x(x - y)$
2. $c(1 + c)$
3. $m(5m^2 - 1)$
4. $t^2(3t - 1)$
5. $p^3(1 - 4p)$
6. $5z^2(1 - 3z)$
7. $y(x - z)$
8. $b(a^2 - bd)$
9. $2my(m - 3y)$
10. $4c(2c - 3d)$
11. $9bm^2(b^2 - 2m)$
12. $15x^2y^2(x - 4y)$
13. $35m^2(n^3 - 2m)$
14. $xyz(1 - z)$
15. $12mn^2(2b^2 - 3mn^2)$
16. $p(p^2 - 7p - 1)$
17. $2(2m^2 - 4m - 1)$
18. $5a(3a^2 - 4a - 1)$
19. $b(b^2 - by - y^2)$
20. $zy(2z - 2y - 3)$
21. $b^3(1 - b^2 - b^4)$
22. $(a - 1)(x - y)$
23. $(x - 1)(b - 7)$
24. $(b - 1)(6 - x)$
25. $(m - n)(x - y)$
26. $(n - 1)(2x - 3y)$
27. $(n - 2)(a - 1)$
28. $(a + 1)(x - 1)$
29. $(a^2 - 1)(1 - b)$
30. $(x - 2)(3x - 2y)$
31. $(1 - x)(1 - 2a)$
32. $(m + n)(4x - 1)$
33. $(m - n)(-1 + x)$
34. $(m - n + 4)(x^3 - y^2)$
35. $(m^2 + n - 1)(5a - 2y)$
36. $(3x + y + z)(a - 1)$
37. $(n + 1)(x + y - 3)$
38. $(m - 3)(m + 5 + 8n)$
39. $(a + 1)(a - 1)$
40. $(m - n)(x^2 + 3)$
41. $2(x - 1)$
42. $(a^2 + 1)(6x + 1)$
43. $2a(a - b)$
44. $(x - 4)(2x - 6)$
45. $(m - n)(-1 - x)$