

## FACTORIZACIÓN DE UN POLINOMIO

¿Y si tuvieras una expresión trinomial como  $x^2 + 10x + 25$ ? ¿Cómo factorizas esta expresión? Después de completar esta lección, serás capaz de factorizar trinomios de cuadrados perfectos como éste.

$$\begin{aligned}
 & (a+b)^2 \\
 &= a^2 + b^2 + ab + ab \\
 &= a^2 + 2ab + b^2
 \end{aligned}$$

Un trinomio de cuadrado perfecto es de la forma  $a^2 + 2ab + b^2$  ó  $a^2 - 2ab + b^2$ .

En estos tipos especiales de trinomios, el primer y el último término son cuadrados y el término medio es dos veces el producto de las raíces cuadradas del primero y el último término. En estos casos los trinomios se pueden traducir a:

$$a^2 + 2ab + b^2 = (a + b)^2$$

$$a^2 - 2ab + b^2 = (a - b)^2$$

Una vez más, la clave es saber cuál es el valor de a y cuál es el valor de b.

### Ejemplo A

Factoriza los siguientes trinomios de cuadrados perfectos:

a)  $x^2 + 8x + 16$

b)  $x^2 - 4x + 4$

c)  $x^2 + 14x + 49$

### Respuesta:

a) El primer paso es reconocer que esta expresión es un trinomio de cuadrados perfectos.

En primer lugar, puedes ver que el primer término y el último término son cuadrados. Puedes reescribir  $x^2 + 8x + 16$  como  $x^2 + 8x + 4^2$ .

A continuación, compruebas que el término medio es el doble del producto de las raíces

cuadradas del primero y el último término. Esto es cierto también, ya que puedes reescribir  $x^2 + 8x + 16$  como  $x^2 + 2 \cdot 4 \cdot x + 4^2$ .

Esto significa que puedes factorizar  $x^2 + 8x + 16$  como  $(x + 4)^2$ .

b) Vuelve a escribir  $x^2 + 4x + 4$  como  $x^2 + 2 \cdot (-2) \cdot x + (-2)^2$ .

Puedes darte cuenta de que este es un trinomio de cuadrados perfectos, por lo que puedes factorizarlo como  $(x - 2)^2$ .

c) Vuelve a escribir  $x^2 + 14x + 49$  como  $x^2 + 2 \cdot 7 \cdot x + 7^2$ .

Puedes darte cuenta de que este es un trinomio de cuadrados perfectos, por lo que puedes factorizarlo como  $(x + 7)^2$ .

### Ejemplo B

Factoriza los siguientes trinomios de cuadrados perfectos:

a)  $4x^2 + 20x + 25$

b)  $9x^2 - 24x + 16$

c)  $x^2 + 2xy + y^2$

### Respuesta:

a) Vuelve a escribir  $4x^2 + 20x + 25$  como  $(2x)^2 + 2 \cdot 5 \cdot (2x) + 5^2$ .

Puedes darte cuenta de que este es un trinomio de cuadrados perfectos y lo puedes factorizar como  $(2x + 5)^2$ .

b) Vuelve a escribir  $9x^2 - 24x + 16$  como  $(3x)^2 + 2 \cdot (-4) \cdot (3x) + (-4)^2$ .

Puedes darte cuenta de que este es un trinomio de cuadrados perfectos y lo puedes factorizar como  $(3x - 4)^2$ .

c)  $x^2 + 2xy + y^2$

Puedes darte cuenta de que este es un trinomio de cuadrados perfectos y lo puedes factorizar como  $(x + y)^2$ .

¿Y si tuvieras una expresión cuadrática como  $9x^2 - 4y^2$  en la que un término al cuadrado se resta de otro? ¿Cómo se factoriza esta expresión? Después de completar esta lección serás capaz de factorizar la diferencia de dos cuadrados.

Recuerda el producto de una suma por su diferencia.

**Producto de una suma por su diferencia**  $(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$

### Factorizar una diferencia de cuadrados

Debes utilizar la fórmula de una suma por su diferencia. Una diferencia de cuadrados es cualquier polinomio de segundo grado de la forma  $a^2 - b^2$ , donde  $a$  y  $b$  pueden ser variables, constantes o cualquier otra cosa. Los factores de  $a^2 - b^2$  siempre serán  $(a + b)(a - b)$ , la clave es saber cuál es el valor de  $a$  y cuál es el valor de  $b$ .

#### Ejemplo C

Factoriza las siguientes diferencias de cuadrados:

a)  $x^2 - 9$

b)  $x^2 - 100$

c)  $x^2 - 1$

#### Respuesta:

a) Vuelve a escribir  $x^2 - 9$  como  $x^2 - 3^2$ . Ahora bien, es evidente que se trata de una diferencia de cuadrados.

La fórmula que conoces es:

$$a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$$

Aplicando la fórmula al problema

$$x^2 - 3^2 = (x + 3)(x - 3)$$

La respuesta es:

$$x^2 - 9 = (x + 3)(x - 3)$$

b) Vuelve a escribir  $x^2 - 100$  como  $x^2 - 10^2$ . Factorizado es  $(x + 10)(x - 10)$ .

c) Vuelve a escribir  $x^2 - 1$  como  $x^2 - 1^2$ . Factorizado es  $(x + 1)(x - 1)$ .

#### Ejemplo D

Factoriza las siguientes diferencias de cuadrados:

a)  $16x^2 - 25$

b)  $4x^2 - 81$

c)  $49x^2 - 64$

#### Respuesta:

a) Vuelve a escribir  $16x^2 - 25$  como  $(4x)^2 - 5^2$ . Factorizado es  $(4x + 5)(4x - 5)$ .

b) Vuelve a escribir  $4x^2 - 81$  como  $(2x)^2 - 9^2$ . Factorizado es  $(2x + 9)(2x - 9)$ .

c) Vuelve a escribir  $49x^2 - 64$  como  $(7x)^2 - 8^2$ . Factorizado es  $(7x + 8)(7x - 8)$ .

**Ejemplo E**

Factoriza las siguientes diferencias de cuadrados:

a)  $x^2 - y^2$

b)  $9x^2 - 4y^2$

c)  $x^2y^2 - 1$

**Respuesta:**

a)  $x^2 - y^2$  factorizado es  $(x + y)(x - y)$ .

b) Vuelve a escribir  $9x^2 - 4y^2$  como  $(3x)^2 - (2y)^2$ . Factorizado es  $(3x + 2y)(3x - 2y)$ .

c) Vuelve a escribir  $x^2y^2 - 1$  como  $(xy)^2 - 1^2$ . Factorizado es  $(xy + 1)(xy - 1)$ .

**EJERCICIOS RESUELTOS**

1. Factoriza los siguientes trinomios de cuadrados perfectos

$$x^2 + 8x + 16$$

$$x^2 + 2 \cdot x \cdot 4 + 4^2$$

$$(x+4)^2$$

**Respuesta:  $(x+4)^2$**

2. Factoriza los siguientes trinomios de cuadrados perfectos

$$x^2 - 18x + 81$$

$$x^2 - 2 \cdot x \cdot 9 + 9^2$$

$$(x-9)^2$$

**Respuesta:  $(x-9)^2$**

3. Factoriza los siguientes trinomios de cuadrados perfectos

$$-x^2 + 24x - 144$$

$$-(x^2 - 2 \cdot x \cdot 12 + 12^2)$$

$$-(x-12)^2$$

**Respuesta:  $-(x-12)^2$**

4. Factoriza los siguientes trinomios de cuadrados perfectos

$$x^2 + 14x + 49$$

$$x^2 + 2 \cdot x \cdot 7 + 7^2$$

$$(x+7)^2$$

**Respuesta:  $(x+7)^2$**

5. Factoriza las siguientes diferencias de cuadrados.  
 $x^4 - 25$   
 Vuelve a escribir  $x^4 - 25$  como  $(x^2)^2 - 5^2$ . Factorizado es  $(x^2 + 5)(x^2 - 5)$ .  
**Respuesta:  $(x^2+5)(x^2-5)$**
6. Factoriza las siguientes diferencias de cuadrados.  
 $16x^4 - y^2$   
 Vuelve a escribir  $16x^4 - y^2$  como  $(4x^2)^2 - y^2$ . Factorizado es  $(4x^2 + y)(4x^2 - y)$ .  
**Respuesta:  $(4x^2 + y)(4x^2 - y)$**
7. Factoriza las siguientes diferencias de cuadrados.  
 $x^2y^4 - 64z^2$   
 Vuelve a escribir  $x^2y^4 - 64z^2$  como  $(xy^2)^2 - (8z)^2$ . Factorizado es  $(xy^2 + 8z)(xy^2 - 8z)$ .  
**Respuesta:  $(xy^2 + 8z)(xy^2 - 8z)$**
8. Factoriza las siguientes diferencias de cuadrados.  
 $x^2 - 4$   
 $x^2 - 4$  como  $x^2 - (2)^2$   
 Factorizado  $(x+2)(x-2)$   
**Respuesta:  $(x+2)(x-2)$**

Profesor Danesa Padilla Versión Fecha 2015-08-24

## Glosario

Un **trinomio de cuadrados perfectos** es de la forma

$$a^2 + 2ab + b^2 = (a + b)^2 \quad \text{ó} \quad a^2 - 2ab + b^2 = (a - b)^2.$$

La **diferencia de cuadrados** se factoriza con el producto de una suma por su diferencia:

$$a^2 - b^2 = (a + b)(a - b).$$

## Otras Referencias

[http://www.vitutor.com/ab/p/d\\_i.html](http://www.vitutor.com/ab/p/d_i.html)

<https://ehenao.wordpress.com/ejercicios-resueltos/>

