Materia: Matemática de Octavo

Tema: Multiplicación de fracciones algebraicas

El largo de un rectángulo es $\frac{2xy^3z}{5xyz^2}$ y el alto del rectángulo es $\frac{3x^2yz^3}{4x^3y^2z^2}$. ¿Cuál es el área del rectángulo?

Marco teórico

Multiplicar fracciones algebraicas es igual que multiplicar fracciones numéricas. Sin embargo, es mucho más fácil si factorizamos los polinomios antes de multiplicar.

Ejemplo A

Multiplica $\frac{x^2-4x}{x^3-9x} \cdot \frac{x^2+8x+15}{x^2-2x-8}$

Solución: En lugar de multiplicar los numeradores y los denominadores, factorizamos primero y luego cancelamos los factores comunes del numerador y el denominador.

$$\frac{x^2-4x}{x^3-9x} \cdot \frac{x^2+8x+15}{x^2-2x-8} = \frac{x(x-4)}{x(x-3)(x+3)} \cdot \frac{(x+3)(x+5)}{(x+2)(x-4)}$$

En este punto vemos que hay factores comunes en ambas fracciones.

$$\frac{\cancel{x}\cancel{(x-4)}}{\cancel{x}(x-3)\cancel{(x+3)}} \cdot \frac{\cancel{(x+3)}(x+5)}{(x+2)\cancel{(x-4)}} = \frac{x+5}{(x-3)(x+2)}$$

Cancelamos los factores comunes en los numeradores y denominadores de ambas fracciones y nos damos cuenta que nos queda una fracción algebraica en su mínima expresión.

Ejemplo B

Multiplica $\frac{4x^2y^5z}{6xyz^6} \cdot \frac{15y^4}{35x^4}$

Solución: Estas expresiones racionales son monomios con más de una variable. En este caso utilizaremos las propiedades de potencia que conocemos. Multiplicamos normalmente y luego restamos o sumamos los distintos exponentes según sea el caso.

$$\frac{4x^2y^5z}{6xyz^6} \cdot \frac{15y^4}{35x^4} = \frac{60x^2y^9z}{210x^5yz^6} = \frac{2y^8}{7x^3z^5}$$

Ejemplo C

Multiplica $\frac{4x^2+4x+1}{2x^2-9x-5} \cdot (3x-2) \cdot \frac{x^2-25}{6x^2-x-2}$

Solución: Debido a que el término medio es una expresión lineal, reescríbela como una fracción dividida entre uno para que no te confundas. Luego factoriza y simplifica.

$$\frac{4x^2+4x+1}{2x^2-9x-5} \cdot (3x-2) \cdot \frac{x^2-25}{6x^2-x-2} = \frac{\cancel{(2x+1)}\cancel{(2x+1)}}{\cancel{(2x+1)}\cancel{(x-5)}} \cdot \frac{\cancel{3x-2}}{1} \cdot \frac{\cancel{(x-5)}(x+5)}{\cancel{(3x-2)}\cancel{(2x+1)}} = x+5$$

Problema dado al principio de la lección
El área de un rectángulo es su largo por su ancho. Entonces, para encontrar el área multiplicamos las fracciones algebráicas.

$$\frac{2xy^3z}{5xyz^2}\cdot\frac{3x^2yz^3}{4x^3y^2z^2}$$
$$\frac{6x^3y^4z^4}{20x^4y^3z^4}$$
$$\frac{3y}{10x}$$

Por lo tanto, el área del rectángulo es $\frac{3y}{10x}$.

Ejercicios resueltos

Multiplica las siguientes fracciones algebraicas.

1. $\frac{4x^2-8x}{10x^3}\cdot\frac{15x^2-5x}{x-2}$
2. $\frac{x^2+6x-7}{x^2-36}\cdot\frac{x^2-2x-24}{2x^2+8x-42}$
3. $\frac{4x^2y^7}{32x^4y^3}\cdot\frac{16x^2}{8y^6}$

Respuestas

1. $\frac{4x^2-8x}{10x^3}\cdot\frac{15x^2-5x}{x-2}=\frac{\cancel{2}\cdot 2\cancel{x}\cancel{(x-2)}}{\cancel{2}\cdot\cancel{5x}\cdot\cancel{x}\cdot x}\cdot\frac{\cancel{5x}(3x-1)}{\cancel{x-2}}=\frac{2(3x-1)}{x}$
2. $\frac{x^2+6x-7}{x^2-36}\cdot\frac{x^2-2x-24}{2x^2+8x-42}=\frac{\cancel{(x+7)}(x-1)}{\cancel{(x-6)}(x+6)}\cdot\frac{\cancel{(x-6)}(x+4)}{2\cancel{(x+7)}(x-3)}=\frac{(x-1)(x+4)}{2(x-3)(x+6)}$
3. $\frac{4x^2y^7}{32x^4y^3}\cdot\frac{16x^2}{8y^6}=\frac{64x^4y^7}{256x^4y^9}=\frac{1}{4y^2}$

Ejercicios

Multiplica las siguientes fracciones algebraicas y simplifica al máximo.

1. $\frac{8x^2y^3}{5x^3y}\cdot\frac{15xy^8}{2x^3y^5}$
2. $\frac{11x^3y^9}{2x^4}\cdot\frac{6x^7y^2}{33xy^3}$
3. $\frac{18x^3y^6}{13x^8y^2}\cdot\frac{39x^{12}y^5}{9x^2y^9}$
4. $\frac{3x+3}{y-3}\cdot\frac{y^2-y-6}{2x+2}$
5. $\frac{6}{2x+3}\cdot\frac{4x^2+4x-3}{3x+3}$
6. $\frac{6+x}{2x-1}\cdot\frac{x^2+5x-3}{x^2+5x-6}$
7. $\frac{3x-21}{x-3}\cdot\frac{-x^2+x+6}{x^2-5x-14}$

8. $\frac{6x^2+5x+1}{8x^2-2x-3} \cdot \frac{4x^2+28x-30}{6x^2-7x-3}$

9. $\frac{x^2+9x-36}{x^2-9} \cdot \frac{x^2+8x+15}{-x^2+11x+12}$

10. $\frac{2x^2+x-21}{x^2+2x-48} \cdot (4-x) \cdot \frac{2x^2-9x-18}{2x^2-x-28}$

11. $\frac{8x^2-10x-3}{4x^3+x^2-36x-9} \cdot \frac{5x+3}{x-1} \cdot \frac{x^3+3x^2-x-3}{5x^2+8x+3}$