

Propiedades de la adición de números enteros.

Como la adición de números naturales, la adición de números enteros tiene las propiedades: conmutativa, asociativa y existencia del elemento neutro. Pero además, la adición de números enteros tiene una propiedad que no tiene la adición de números naturales y es, la existencia del elemento opuesto.

Propiedad Conmutativa:

Tomemos varios pares números enteros **a** y **b** y efectuemos las sumas

$$\mathbf{a + b \text{ y } b + a}$$

$$(-9)+(-5)= -14 \quad \text{y} \quad (-5) +(-9)= -14$$

$$7+(-13) = -6 \quad \text{y} \quad -13 + 7 = -6$$

$$14-15 = -1 \quad \text{y} \quad -15+14 = -1$$

$$9+12 = 21 \quad \text{y} \quad 12+9 = 21$$

La propiedad conmutativa se cumple para la adición de números enteros ; es decir, el orden de los sumandos no altera la suma. En general, **si a y $b \in \mathbf{Z}$** , se cumple que **$a+b = b+a$** .

Propiedad Asociativa:

Tomemos varias ternas de números enteros **a**, **b** y **c**, como no se pueden sumar simultáneamente tres números, entonces agrupémoslos en diferente forma para realizar la suma y así comprobar que la forma como se agrupen los números no altera el resultado de la suma.

$$[(-8)+(-5)]+(-6) \qquad \qquad (-8)+[(-5)+(-6)]$$

$$(-13)+(-6) \qquad \qquad (-8)+(-11)$$

$$-19 \qquad \qquad -19$$

$$[19+(-5)]+12 \qquad \qquad 19+[(-5)+12]$$

$$14 +12 \qquad \qquad 19+7$$

$$26 \qquad \qquad 26$$

En general, si **a, b y $c \in \mathbf{Z}$** , se cumple que **$[a+b]+c = a+[b+c]$** ; es decir al agrupar los sumandos en diferente orden, el resultado es el mismo .

Elemento neutro:

Tomemos tres números enteros, sumemos a cada uno el cero; así:

$$(-9)+0 = -9$$

$$32+0 = 32$$

$$0+(-81) = -81$$

$$0+(-9) = -9$$

$$0+32 = 32$$

$$(-81)+0 = -81$$

En general, **si $a \in \mathbf{Z}$** , se cumple que **$a+0=0+a = a$** ; es decir al sumar cualquier número entero a con el cero el resultado da el mismo número entero a .

Elemento opuesto:

En el conjunto **\mathbf{Z}^*** todo número entero **a** tiene su opuesto, un número es el opuesto de otro si sumados da cero.

Si **a** es un número entero entonces **$-a$** es su opuesto.

¿Cuál es el opuesto de +15? es -15

¿Cuál es el opuesto de -80? es +80

Preguntar ¿cuál es el opuesto de un número? se abrevia con el símbolo

$$-(+15) = -15 \quad \text{se lee el opuesto de +15 es -15}$$

$$-(-80) = 80 \quad \text{se lee el opuesto de -80 es 80}$$

Completa las siguientes igualdades e indica la propiedad que ha sido aplicada

1.) $-8+(+16) = \underline{\quad} + (-8)$ -----

2.) $-85 + \underline{\quad} = 0$ -----

3.) $(-15+9) + \underline{\quad} = (-15) + (9-18)$ -----

4.) $8 + \underline{\quad} = 0$ -----

5.) $-90 + \underline{\quad} = -90$ -----

6.) $a + (b + \underline{\quad}) = (\underline{\quad} + b) + c$ -----

7.) $-14 + \underline{\quad} = 17 + \underline{\quad}$ -----

8.) $a + \underline{\quad} = \underline{\quad} + a = 0$ -----

9.) $-12 + 3 - 6 + 8 - 12 = -12 + 3 + \underline{\quad} - 12$ -----

10.) $-15 + 10 + 7 - 9 - 11 + 8 = \underline{\quad} + 7 + \underline{\quad} + 8$ -----

