

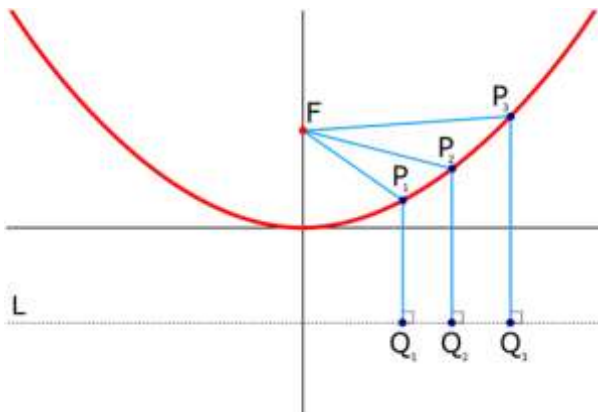
Estudio de la parábola. La Parábola: Ecuación Canónica y Ecuación General

Marco Teórico

Cuando trabajaste con parábolas en el pasado probablemente estés acostumbrado a ver la parábola en forma de vértice y analizado el gráfico mediante la búsqueda de sus raíces y sus intersecciones. Hay otra manera de definir una parábola que resulta ser más útil en el mundo real. Uno de los muchos usos de formas parabólicas en el mundo real son las antenas parabólicas. En estas formas, es vital saber dónde está el punto receptor que debe colocarse de modo que pueda absorber todas las señales que se reflejan en el plato.



La definición de una parábola es el conjunto de puntos equidistantes de un punto llamado foco y una línea llamada la directriz.



Observa cómo los tres puntos P_1, P_2, P_3 están conectados cada uno con una línea azul hasta el punto de enfoque F y la línea directriz L .

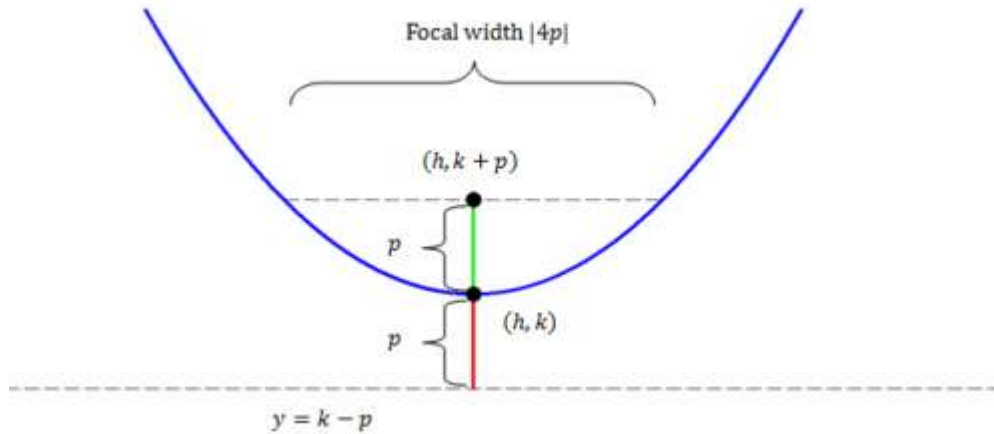
$$\overline{FP_1} = \overline{P_1Q_1}$$

$$\overline{FP_2} = \overline{P_2Q_2}$$

$$\overline{FP_3} = \overline{P_3Q_3}$$

Hay dos ecuaciones gráficas de parábolas que se utilizarán en este concepto. La única diferencia es una ecuación gráficas parábolas de apertura vertical y una ecuación gráficas

parábolas de apertura horizontal. Se puede reconocer a las parábolas de apertura vertical, ya que tienen un x^2 . Del mismo modo, las parábolas de apertura horizontal tienen un y^2 . La ecuación canónica para una apertura de parábola vertical es $(x - h)^2 = \pm 4p(y - k)$. La ecuación canónica para una apertura de parábola horizontal es $(y - k)^2 = \pm 4p(x - h)$.



Ten en cuenta que el vértice es todavía (h, k) . La parábola se abre hacia arriba o hacia la derecha si el $4p$ es positivo. La parábola se abre hacia abajo o hacia la izquierda si el $4p$ es negativo. El enfoque es sólo un punto que se P distancia de la cima. La directriz es simplemente una línea que es la distancia P de distancia desde el vértice en la dirección opuesta. Puede esbozar el ancho de la parábola con la anchura focal $|4p|$.

Una vez que se pone la parábola en esta forma gráfica se puede trazar la parábola trazando el vértice, identificando P y trazando el foco y la directriz y, por último, la determinación de la anchura focal y dibujar la curva.

Ejemplo A

Identificar la siguiente cónica, ponerlo en forma gráfica o canónica e identificar su vértice, la distancia focal (p), el foco, la directriz y la anchura focal.

$$2x^2 + 16x + y = 0$$

Solución: Esta es una parábola porque el y^2 coeficiente es cero.

$$x^2 + 8x = -\frac{1}{2}y$$

$$x^2 + 8x + 16 = -\frac{1}{2}y + 16$$

$$(x + 4)^2 = -\frac{1}{2}(y - 32)$$

$$(x + 4)^2 = -4 \cdot \frac{1}{8}(y - 32)$$

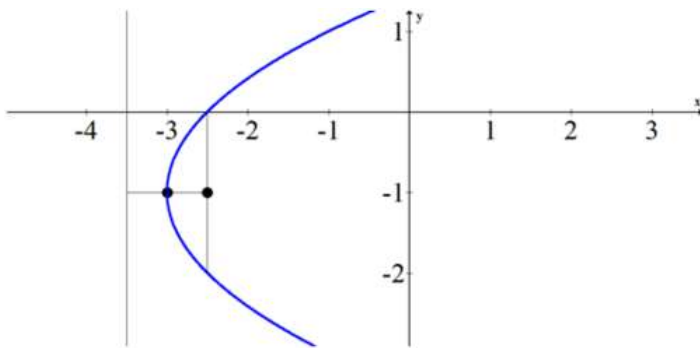
El vértice es $(-4, 32)$. La distancia focal es $p = \frac{1}{8}$. Esta parábola se abre hacia abajo lo que significa que el foco está en $(-4, 32 - \frac{1}{8})$ y la directriz es horizontal a $y = 32 + \frac{1}{8}$. La anchura focal es $\frac{1}{2}$.

Ejemplo B

Dibuja la siguiente parábola e identifica las piezas importantes de información.

$$(y + 1)^2 = 4 \cdot \frac{1}{2} \cdot (x + 3)$$

Solución:

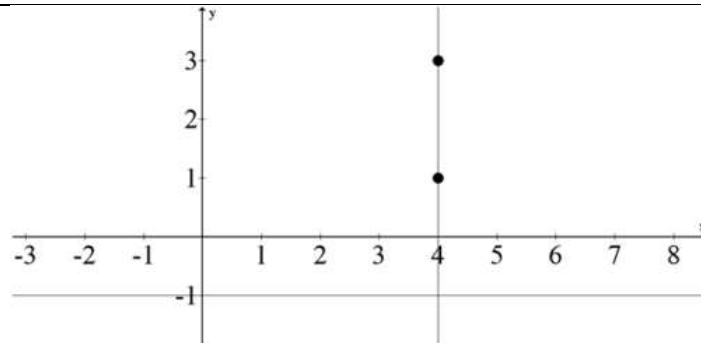


El vértice está en $(-3, -1)$. La parábola es de lado porque es un y^2 . La parábola se abre hacia la derecha porque el $4p$ es positivo. La distancia focal es $p = \frac{1}{2}$ lo que significa que el foco está $\frac{1}{2}$ a la derecha del vértice en $(-2,5, -1)$ y la directriz es $\frac{1}{2}$ a la izquierda de la vértice en $x = -3,5$. La anchura focal es de 2, que es la razón por la anchura de la parábola se extiende desde $(-2,5, 0)$ a $(-2,5, -2)$.

Ejemplo C

¿Cuál es la ecuación de una parábola que tiene un foco en $(4, 3)$ y una directriz de $y = -1$?

Solución: Probablemente sería útil para graficar la información que usted tiene para razonar acerca de donde el vértice es.



El vértice debe estar a medio camino entre el foco y la directriz. Esto la coloca en (4, 1). La distancia focal es 2. La parábola se abre hacia arriba. Esta es toda la información que necesita para crear la ecuación.

$$(x - 4)^2 = 4 \cdot 2 \cdot (y - 1)$$

$$(x - 4)^2 = 8(y - 1)$$

Problema Concepto

¿Dónde debe el receptor se encuentra en una antena parabólica que es de cuatro pies de ancho y nueve pulgadas de profundidad?

Dado que los problemas del mundo real no vienen con un determinado sistema de coordenadas, se puede optar por hacer que el vértice de la parábola en (0, 0). Entonces, si todo se hace en pulgadas, otro punto de la parábola será (24, 9). (Mucha gente podría creer erróneamente el punto (48, 9) está en la parábola, pero recuerde que la mitad de esta anchura se extiende a (-24, 9), así.) El uso de estos dos puntos, la anchura focal puede ser encontrado.

$$(x - 0)^2 = 4p(y - 0)$$

$$(24 - 0)^2 = 4p(9 - 0)$$

$$\frac{24^2}{4 \cdot 9} = p$$

$$16 = p$$

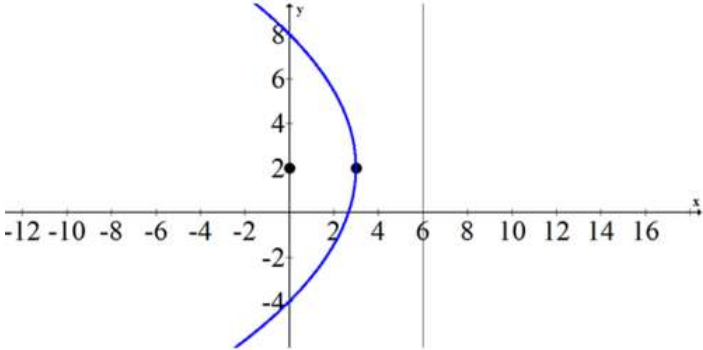
El receptor debe ser dieciséis pulgadas de distancia desde el vértice del plato parabólico.

EJERCICIOS RESUELTOS

1. ¿Cuál es la ecuación de una parábola con foco en (2, 3) y directriz a $y = 5$?

Solución:

El vértice debe estar directamente entre el foco y la directriz, por lo que debe estar en (2, 4). Por consiguiente, la distancia focal es igual a 1. La parábola se abre hacia abajo.

		$(x - 2)^2 = -4 \cdot 1 \cdot (y - 4)$
<p>2. ¿Cuál es la ecuación de una parábola que se abre hacia la derecha con la anchura focal desde (6, -7) a (6, 12)?</p>		<p>Solución:</p> <p>El foco se centra en el centro de la anchura focal $(6, \frac{5}{2})$. La anchura focal es 19, que es cuatro veces la longitud focal de modo que la distancia focal debe ser $\frac{19}{4}$. El vértice debe tener una longitud focal a la izquierda del foco, por lo que el vértice está en $(6 - \frac{19}{4}, \frac{5}{2})$. Esto es suficiente información para escribir la ecuación de la parábola.</p> $(y - \frac{5}{2})^2 = 4 \cdot \frac{19}{4} \cdot (x - 6 + \frac{19}{4})$
<p>3. Dibuja la siguiente cónica poniéndolo en forma gráfica e identificar información importante.</p> $y^2 - 4y + 12x - 32 = 0$		<p>Solución:</p> $y^2 - 4y + 12x - 32 = 0$ $y^2 - 4y = -12x + 32$ $y^2 - 4y + 4 = -12x + 32 + 4$ $(y - 2)^2 = -12(x - 3)$ $(y - 2)^2 = -4 \cdot 3 \cdot (x - 3)$  <p>El vértice está en (3, 2). La atención se centra en (0, 2). La directriz se encuentra en $x = 6$.</p>

4.	Hallar la ecuación de la parábola de vértice en el origen y foco el punto (4,0)	Solución: Según el enunciado, el eje de la parábola coincide con el eje ox por lo tanto, las coordenadas del foco son $F(p,0)(4,0)$;en donde $p=4$ Sustituyendo este valor en la ecuación $y^2=4 \cdot p \cdot x=16x$ $y^2=16x$
5.	Hallar la ecuación de la parábola de vértice en el origen y foco el punto (0,3)	Solución: Según el enunciado, el eje de la parábola coincide con el eje oy por lo tanto, las coordenadas del foco son $F(0,p) \rightarrow (0,3)$;en donde $p=3$ Sustituyendo este valor en la ecuación $x^2=4py$ nos queda: $x^2=4(3)y=12y$ $x^2=12y$
Profesor: Militza Indaburo Fe y Alegría Versión: 2016—06-24		

Glosario

El **foco** de una parábola es el punto donde la parábola parece curvar alrededor.

La **directriz** de una parábola es la línea de la que la parábola parece alejarse en curva.

Una **parábola** es el conjunto de puntos que son equidistantes de un foco fijo y la directriz.

Otras Referencias

Videos.

