

ECUACIONES EN Z (NÚMEROS ENTEROS)



La banda está vendiendo palomitas de maíz para recaudar fondos. En las últimas semanas, los estudiantes han estado afuera tomando pedidos, con la esperanza de recaudar dinero suficiente para comprar nuevos uniformes.

"Realmente espero que recaudemos lo suficiente para conseguir los azules", dijo José a Luis y Carolina en el almuerzo.

"Yo también", dijo Carolina.

"Estuve enfermo una gran parte del tiempo, así que no vendí tantas cajas como yo esperaba", suspiró Luis.

"No te preocupes Luis. Esas cosas pasan ", dijo Carolina sonriendo.

Esa tarde, después de la práctica, Carolina fue a organizar las órdenes que habían llegado. Comenzó a contar todas las ventas que los estudiantes habían hecho. Descubrió que ella y José habían vendido la misma cantidad de cajas. José vendió treinta y seis cajas más que Luis, ya que éste había estado enfermo. Carolina vendió tres veces más de lo que logró vender Luis. Carolina empezó a calcular cuántas cajas había vendido Luis.

¿Puedes resolver esto? Tendrás que entender cómo trabajar con variables, y aprender una nueva forma de escribir una ecuación y resolverla. Aprenderás lo que necesitas para resolver el problema dado en esta lección.

¿Te acuerdas de cómo resolver una ecuación básica?

Considera la ecuación $12 + t = 30$

La estrategia para la resolución de esta ecuación es usar operaciones inversas para aislar la variable t en un lado de la ecuación. Ya que 12 está sumando a t , restas 12 de ambos lados de la ecuación para obtener el valor de t .

$$12 + t = 30$$

$$12 - 12 + t = 30 - 12$$

$$0 + t = 18$$

$$t = 18$$

¿Qué pasa si necesitas resolver una ecuación como esta?

$$12 + t = 30 + 3t$$

¿Cómo resolver una ecuación con variables en ambos lados de la ecuación?

Para resolver una ecuación que tiene la misma variable en ambos lados, vas a utilizar la misma estrategia básica que ya sabes. Usa operaciones inversas para tener todos los términos que incluyen variables en un lado de la ecuación y todos los términos numéricos en el otro lado. Una vez hecho esto, serás capaz de resolver la ecuación.

Piensa en ello, lógicamente, y verás que tiene todo sentido. Tienes las variables de un lado y los números en el otro. Una vez hecho esto, puedes combinar los términos semejantes y despejar el valor de la variable.

Resuelve: $12 + t = 30 + 3t$.

La variable t está en ambos lados de la ecuación. Puedes tratar a las variables de la misma manera que tratas a los números. Es decir, puedes usar operaciones inversas para obtener todos los términos de la variable t en un lado de la ecuación. Así, del mismo modo que podrías restar 12 de ambos lados de la ecuación para obtener todos los términos numéricos en el lado derecho de la ecuación, podrías restar t de ambos lados de la ecuación para obtener todos los términos con variables en el lado derecho de la ecuación.

Alternativamente, podrías restar $3t$ de ambos lados de la ecuación para obtener todos los términos con variables en el *lado izquierdo* de la ecuación. No importa cuál de las dos modalidades apliques, dará siempre la respuesta correcta. Sin embargo, ya que es más fácil restar $3t - t$ de lo que es restar $t - 3t$, resta t de ambos lados de la ecuación. Recuerda que $t = 1t$.

$$12 + t = 30 + 3t$$

$$12 + t - t = 30 + 3t - t$$

$$12 + 0 = 30 + 2t$$

$$12 = 30 + 2t$$

Ahora, la única variable está en el lado derecho de la ecuación. Por lo tanto, lleva todos los términos numéricos al lado izquierdo de la ecuación. Ya que 30 suma a $2t$ puedes dejar a $2t$ solo en el lado derecho de la ecuación, restando 30 de ambos lados. Recuerda, restar $12 - 30$ es lo mismo que sumar $-30 + 12$.

$$12 = 30 + 2t$$

$$12 - 30 = 30 - 30 + 2t$$

$$12 + (-30) = 0 + 2t$$

$$-18 = 2t$$

Ahora, puedes usar operaciones inversas para obtener el valor de t . Divide ambos lados por 2. Consiste en dividir un entero negativo, -18, por un número entero positivo, 2.

$$\begin{aligned} -18 &= 2t \\ \frac{-18}{2} &= \frac{2t}{2} \\ -9 &= 1t \\ -9 &= t \end{aligned}$$

Respuesta: t es -9.

A veces, una ecuación puede tener un conjunto de paréntesis, y variables en ambos lados de la ecuación. La **propiedad distributiva** es muy útil en la solución de este tipo de ecuaciones.

Resuelve: $4a + 16 = 13a - (2a + 3a)$

El primer paso consiste en simplificar la expresión en el lado derecho de la ecuación. Según el orden de las operaciones, hay que combinar los términos semejantes dentro de los paréntesis primero. A continuación, puedes simplificar el resto de esa expresión, así:

$$\begin{aligned} 4a + 16 &= 13a - (2a + 3a) \\ 4a + 16 &= 13a - 5a \\ 4a + 16 &= 8a \end{aligned}$$

Ahora, date cuenta de que la variable a , está en ambos lados de la ecuación. Puedes usar operaciones inversas para obtener todos los términos de la variable a en un lado de la ecuación. Dado que hay un número en el lado izquierdo de la ecuación y no hay un número en el lado derecho de la ecuación, es más fácil tener todos los términos variables en el lado derecho de la ecuación. Puedes obtener todos los términos variables en el lado derecho de la ecuación restando $4a$ de ambos lados.

$$\begin{aligned} 4a + 16 &= 8a \\ 4a - 4a + 16 &= 8a - 4a \\ 0 + 16 &= 4a \\ 16 &= 4a \end{aligned}$$

Ahora, el único término con una variable, $4a$, está en el lado derecho de la ecuación. El único término numérico, 16, está en el lado izquierdo de la ecuación. Para resolver la ecuación, puedes dividir ambos lados de la ecuación por 4.

$$\begin{aligned} 16 &= 4a \\ \frac{16}{4} &= \frac{4a}{4} \\ 4 &= 1a \\ 4 &= a \end{aligned}$$

Respuesta: a es 4.

Ejemplo A

$$6x + 3 = 9x + 6$$

Respuesta: $x = -1$

Ejemplo B

$$4x + x + 2 = 10x - 13$$

Respuesta: $x = 3$

Ejemplo C

$$8y + 2y = 20y + 10$$

Respuesta: $y = -1$

Ahora vuelve al dilema planteado al principio de la lección.

En primer lugar, escribe una ecuación.

x = el número de cajas que Luis vendió, esta es la incógnita.

$x + 36$ = el número de cajas que José vendió.

$3x$ = el número de cajas que Carolina vendió.

$x + 36 = 3x$ es la ecuación planteada.

Ahora la resuelves.

$$x - x + 36 = 3x - x$$

$$36 = 2x$$

$$18 = x$$

Luis vendió 18 cajas de palomitas de maíz.

Carolina y José vendieron la misma cantidad. Puedes utilizar la información de Carolina, ella dice que vendió tres veces más cajas que Luis.

$$3x$$

$$3(18) = 54$$

José y Carolina vendieron 54 cajas de palomitas de maíz.

Respuesta: Luis vendió 18 cajas y José y Carolina vendieron 54 cajas de palomitas de maíz.

EJERCICIOS RESUELTOS

1. Resuelve la siguiente ecuación

$$6x + 1 = 8x + 3$$

En primer lugar, tienes que tener los términos con variables en el mismo lado de la ecuación. Pasa el $6x$ a la derecha. Puedes hacer esto mediante el uso de una operación inversa. Restas $6x$ de ambos lados de la ecuación.

$$6x + 6x + 1 = 8x - 6x + 3$$

$$1 = 2x + 3$$

Ahora puedes resolver la ecuación tal cual como lo harías con cualquier otra ecuación de dos pasos. ¡Cuidado con los signos!

$$1 = 2x + 3$$

$$1 - 3 = 2x + 3 - 3$$

$$-2 = 2x$$

$$-1 = x$$

Respuesta: x es -1.

2. Resuelve la siguiente ecuación

$$6x = 2x + 16$$

$$6x = 2x + 16$$

$$6x - 2x = 16$$

$$4x = 16$$

$$x = 4$$

Respuesta: $x=4$

3. Resuelve la siguiente ecuación

$$8x = 10x + 20$$

$$8x = 10x + 20$$

$$-20 = 10x - 8x$$

$$-20 = 2x$$

$$-10 = x$$

Respuesta: $x=-10$

4. Resuelve la siguiente ecuación

$$-6x + 22 = 5x$$

$$-6x + 22 = 5x$$

$$22 = 5x + 6x$$

$$22 = 11x$$

$$2 = x$$

Respuesta: $x=2$

5. Resuelve la siguiente ecuación

$$6x + 4 = 4x + 10$$

$$6x + 4 = 4x + 10$$

$$6x - 4x = 10 - 4$$

$$2x = 6$$

$$x = 3$$

Respuesta: $x=3$

6. Resuelve la siguiente ecuación

$$-20y + 8 = -8y - 4$$

$$\begin{aligned} -20y + 8 &= -8y - 4 \\ 8 + 4 &= 20y - 8y \\ 12 &= 12y \\ 1 &= y \end{aligned}$$

Respuesta: $y=1$

7. Resuelve la ecuación, mediante simplificación primero mediante propiedad distributiva

$$2(x + 3) = 8x$$

$$\begin{aligned} \text{la } 2(x + 3) &= 8x \\ \text{la } 2x + 6 &= 8x \\ 6 &= 8x - 2x \\ 6 &= 6x \\ 1 &= x \end{aligned}$$

Respuesta: $x=1$

8. Resuelve la ecuación, mediante simplificación primero mediante propiedad distributiva

$$3(x + 5) = -2x$$

$$\begin{aligned} \text{la } 3(x + 5) &= -2x \\ \text{la } 3x + 15 &= -2x \\ 3x + 2x &= -15 \\ 5x &= -15 \\ X &= -3 \end{aligned}$$

Respuesta: $x=-3$

9. Resuelve la ecuación, mediante simplificación primero mediante propiedad distributiva

$$9y = 4(y - 5)$$

$$\begin{aligned} \text{la } 9y &= 4(y - 5) \\ \text{la } 9y &= 4y - 20 \\ 9y - 4y &= -20 \\ 5y &= -20 \\ Y &= -4 \end{aligned}$$

Respuesta: $y=-4$

Glosario

Propiedad distributiva. Se reparte (distribuye), el término que está fuera de los paréntesis entre cada uno de los términos dentro de los paréntesis.

Operación inversa. La operación opuesta

Otras Referencias

<http://es.scribd.com/doc/33560720/PC1-Ecuaciones-y-Problemas-en-Z#scribd>

<http://www.rena.edu.ve/TerceraEtapa/Matematica/TEMA10/ecuacionesZ.html>

http://matesup.atalca.cl/nivemat/3_ecuaciones/3_problemas/problemas-ejem2.pdf

