Materia: Matemática de Tercer Año

Tema: Método grafico de resolución de sistemas de ecuaciones lineales

En un capítulo anterior, aprendió que la intersección de dos conjuntos es acompañado por la palabra "y". Esta palabra también une a dos o más ecuaciones o desigualdades. Un conjunto de enunciados algebraicos unidos por la palabra "y" se denomina **sistema.**

La **solución (es)** a un sistema es el conjunto de pares ordenados que está en común a cada frase algebraica.

Ejemplo 1: *Determinar cuáles de los puntos* (1, 3), (0, 2), *o* (2, 7) *es una solución para el siguiente sistema de ecuaciones.* $\begin{cases} y = 4x - 1 \\ y = 2x + 3 \end{cases}$

Solución: Una solución de un sistema es un par ordenado que es común a todas las frases algebraicas. Para determinar si un par ordenado en particular es una solución, debe sustituir las coordenadas de las variables x y y en cada frase y comprobar.

Marque (1, 3): $\begin{cases} 3 = 4(1) - 1;\ \ 3 = 3. & \text{Si se satisface la ecuación.} \\ 3 = 2(1) + 3;\ \ 3 = 5. & \text{No satisface la ecuación.} \end{cases}$

Marque (0, 2): $\begin{cases} 2 = 4(0) - 1;\ \ 2 = -1. & \text{No satisface la ecuación.} \\ 2 = 2(0) + 3;\ \ 2 = 3. & \text{No satisface la ecuación.} \end{cases}$

Marque (2, 7): $\begin{cases} 7 = 4(2) - 1;\ \ 7 = 7. & \text{Si se satisface la ecuación.} \\ 7 = 2(2) + 3;\ \ 7 = 7. & \text{Si se satisface la ecuación.} \end{cases}$

Debido a que las coordenadas (2, 7) funcionan en ambas ecuaciones simultáneamente, estas son una solución del sistema.

Para determinar la coordenada que es en común a cada ecuación del sistema, cada ecuación se puede graficar. El punto en el que las líneas **se cruzan** representa la solución para el sistema. La solución se puede escribir de dos maneras:

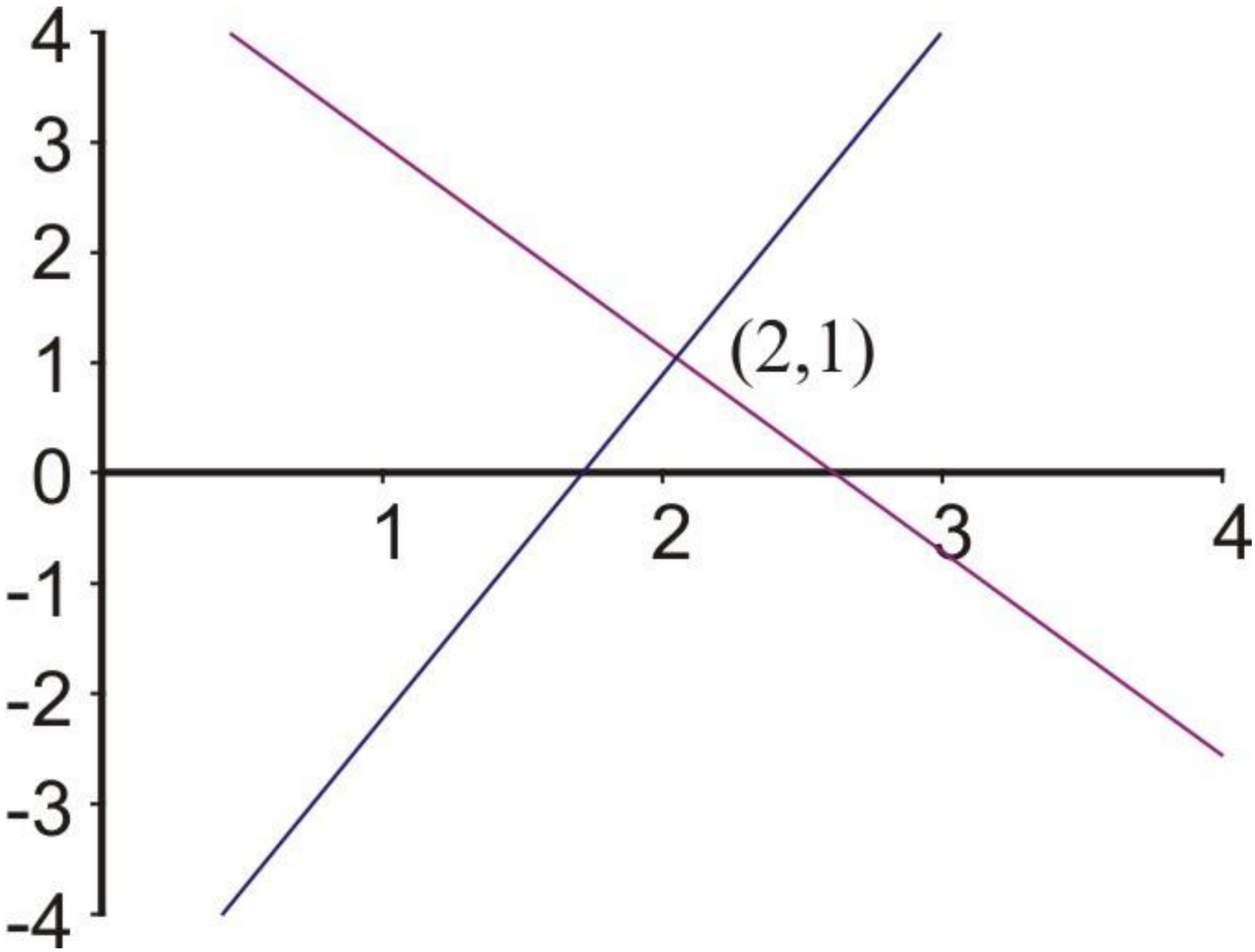
- Como un par ordenado, como (2, 7)
- Escribiendo el valor de cada variable, como $x = 2,\ y = 7$

Ejemplo: *Encontrar la solución al sistema* $\begin{cases} y = 3x - 5 \\ y = -2x + 5 \end{cases}$.

Solución: Al graficar cada ecuación y encontrar el punto de intersección, se encuentra la solución al sistema.

Cada ecuación se escribe en forma de pendiente-intersección y se representa gráficamente utilizando los métodos aprendidos en el capítulo 4.

Las líneas se cortan en el par ordenado (2, 1). ¿Es esta la solución para el sistema?



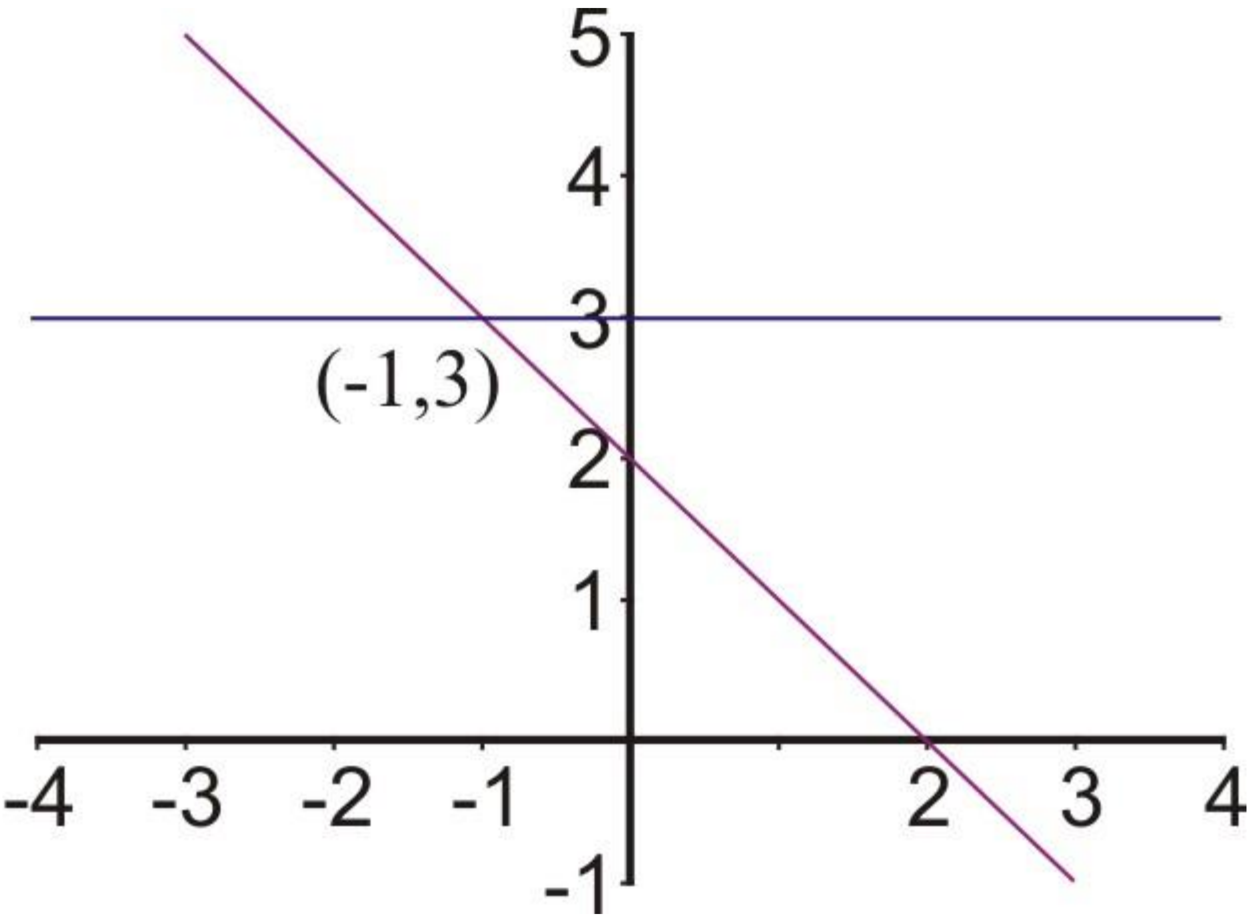
$$\begin{cases} 1 = 3(2) - 5; \quad 1 = 1 \\ 1 = -2(2) + 5; \; 1 = 1 \end{cases}$$

El punto satisface ambas ecuaciones. Por lo tanto, (2, 1) es una solución para el sistema $\begin{cases} y = 3x - 5 \\ y = -2x + 5 \end{cases}$.

Ejemplo 2: *Resolver el sistema* $\begin{cases} x + y = 2 \\ \quad\quad y = 3 \end{cases}$.

Solución: La primera ecuación se escribe en forma estándar. Utilizando sus intersecciones será la forma más fácil de graficar esta línea.

La segunda ecuación es una línea horizontal de tres unidades arriba del origen.



Las líneas parecen intersectar en (-1, 3).

$$\begin{cases} -1 + 3 = 2;\ \ 2 = 2 \\ \quad\quad 3 = 3 \end{cases}$$

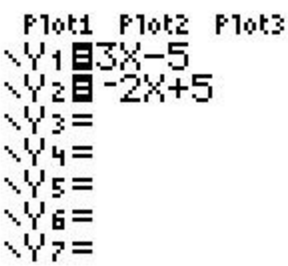
El punto satisface ambas ecuaciones por lo tanto es una solución para el sistema.

La mayor fortaleza del método de representación gráfica es que ofrece una representación muy visual del sistema de ecuaciones y su solución. Sin embargo, puede observar que la determinación de una solución a partir de un gráfico requeriría mucho cuidado de la gráfica y es muy práctica sólo cuando esté seguro de que la solución da valores enteros para x y y. En la mayoría de los casos, este método sólo puede ofrecer soluciones aproximadas a los sistemas de ecuaciones. Para soluciones exactas, es necesario utilizar otros metodos.

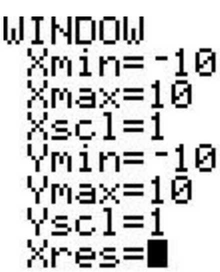
Sistemas de resolución de problemas utilizando una calculadora gráfica

Una calculadora gráfica puede utilizarse para encontrar o comprobar soluciones a un sistema de ecuaciones. Para resolver un sistema gráficamente, debe graficar las dos líneas en los mismos ejes de coordenadas y encontrar el punto de intersección. Puede utilizar una calculadora gráfica para graficar las líneas como una alternativa a la representación gráfica de las ecuaciones a mano.

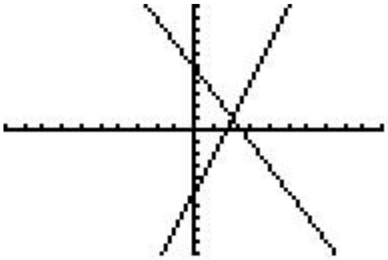
Usando el sistema del ejemplo anterior, $\begin{cases} y = 3x - 5 \\ y = -2x + 5 \end{cases}$ usaremos la calculadora gráfica para encontrar las soluciones aproximadas del sistema.



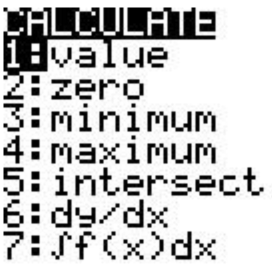
Comience escribiendo las ecuaciones en el $Y =$ menú de la calculadora.
Usted ya conoce que la solución del sistema es (2, 1). La ventana necesita ser ajustada para poder ver una imagen clara. Cambie se ventana a la **ventana por defecto** .



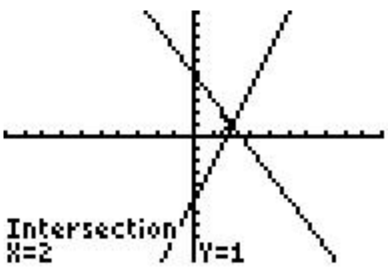
Ver los gráficos pulsando el botón **GRÁFICO**.



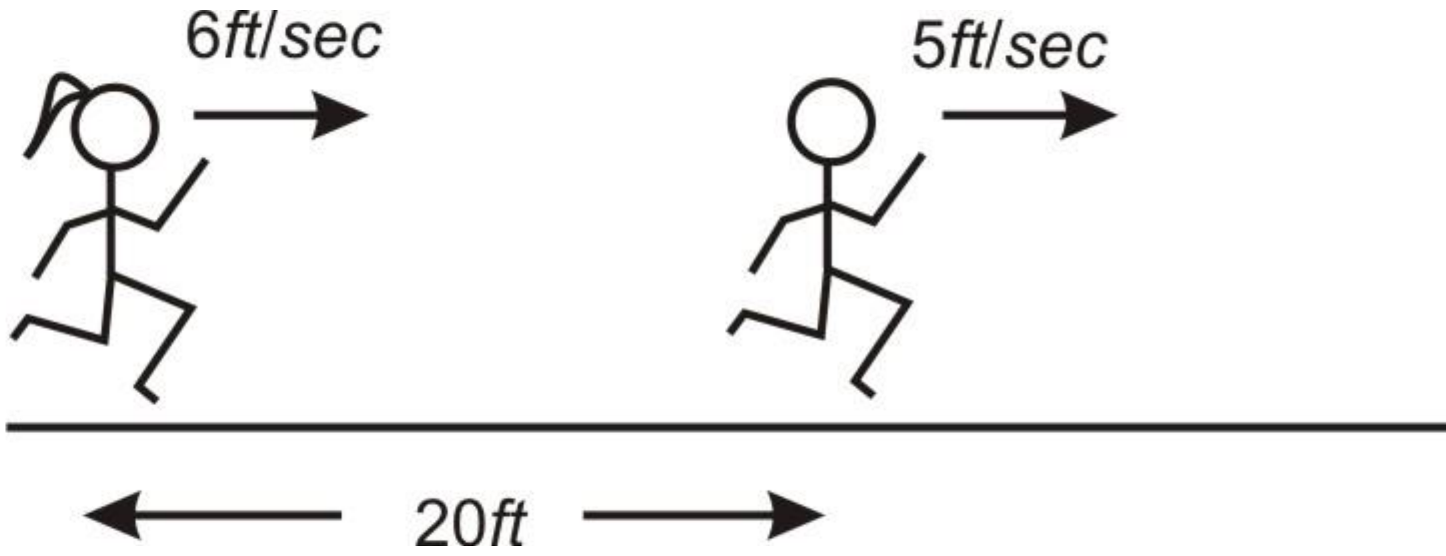
La solución de un sistema es la intersección de las ecuaciones. Para encontrar la intersección usando una calculadora gráfica, encuentre el menú **Calculate** presionando 2^{nd}y **TRACE** Elija la opción # 5 - **INTERSECCIÓN**.



La calculadora le pedirá **"primera curva?"** Presione **ENTER**. La calculadora salta automáticamente a la otra curva y le pedirá **"segunda curva?"** Presione **ENTER** .La calculadora le preguntará, **"Resolver?"** Presione **ENTER**. La intersección aparecerá en la parte inferior de la pantalla.



Ejemplo: *Peter y Nadia le gusta competir entre sí. Peter puede correr a una velocidad de 5 metros por segundo y Nadia puede correr a una velocidad de 6 metros por segundo. Para ser un buen deportista, a Nadia le gusta darle a Peter una ventaja de 20 pies. ¿Cuánto tiempo se tarda Nadia en ponerse alcanzar a Peter? ¿A qué distancia del inicio alcanza Nadia a Peter?*

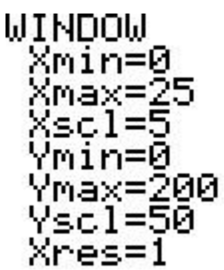


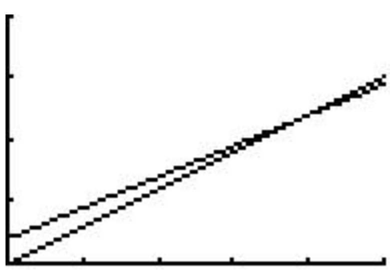
Solución: Comience por la traducción de la situación de cada corredor en una frase algebraica utilizando $distance = rate \times time$.

Peter: $d = 5t + 20$

Nadia: $d = 6t$

La pregunta es, cuando Nadia alcanza a Peter. La solución es el punto de intersección de las dos líneas. Grafica cada ecuación y encuentre la intersección.





Las dos líneas se cruzan en la coordenada $t = 20,\ d = 120$. Esto significa que después de 20 segundos Nadia alcanzara a Peter. En este momento, estarán a una distancia de 120 pies. En cualquier momento después de 20 segundos Nadia estará más lejos de la línea de salida de Peter.

Ejercicios

1. Definir un *sistema*.
2. ¿Qué es la solución a un sistema?
3. Explicar el proceso de resolución de un sistema de representación gráfica.
4. ¿Qué problema se presenta con el uso de una gráfica al momento de resolver un sistema?
5. ¿Cuáles son las dos maneras de escribir la solución a un sistema de ecuaciones?
6. Supongamos que Horacio dice que la solución para un sistema es (4, -6). ¿Qué significa esto visualmente?
7. ¿Dónde está ubicado el comando **"Intersección"** en la calculadora gráfica? ¿Qué hace?
8. En el ejemplo de la carrera, que está más lejos de la línea de salida en 19,99 segundos? A 20,002 segundos?

Determine qué par ordenado satisface el sistema de ecuaciones lineales.

9. $\begin{cases} y = 3x - 2 \\ y = -x \end{cases}; (1, 4),\ (2, 9),\ \left(\frac{1}{2},\ -\frac{1}{2}\right)$
10. $\begin{cases} y = 2x - 3 \\ y = x + 5 \end{cases}; (8, 13),\ (-7, 6),\ (0, 4)$
11. $\begin{cases} 2x + y = 8 \\ 5x + 2y = 10 \end{cases}; (-9, 1),\ (-6, 20),\ (14, 2)$
12. $\begin{cases} 3x + 2y = 6 \\ y = \frac{x}{2} - 3 \end{cases}; \left(3, -\frac{3}{2}\right),\ (-4, 3),\ \left(\frac{1}{2}, 4\right)$

En 13-22, resolver los siguientes sistemas de representación gráfica.

13. $y = x + 3$
    $y = -x + 3$
14. $y = 3x - 6$
    $y = -x + 6$
15. $2x = 4$
    $y = -3$

$y = -x + 5$

16. $-x + y = 1$

    $x + 2y = 8$

17. $5x + 2y = 0$

    $3x + 2y = 12$

18. $4x - y = 5$

    $5x + 2y = -4$

19. $x - y = 2$

    $2x + 4 = 3y$

20. $x - 2y + 4 = 0$

    $y = \frac{x}{2} - 3$

21. $2x - 5y = 5$

    $y = 4$

22. $x = 8 - 3y$

23. EL carro de María tiene 10 años y tiene un problema. El mecanico indica que la reparacion tendrá un costo de $ 1,200.00. Se puede comprar otro auto, más eficiente por $ 4,500.00. Los gastos de su carro actual son aproximadamente $ 2,000.00 de gas al año, mientras que el coche nuevo promedio consumiria unos $ 1,500.00 por año. Busque el número de años el que el coste total de la reparación será igual al costo total de reposición.

24. Juan está considerando dos planes de telefonía celular. La primera compañía cobra $ 120.00 para el teléfono y $ 30 por mes para el plan de llamadas que Juan quiere. La segunda empresa cobra $ 40.00 por el mismo teléfono, pero cobra $ 45 por mes para el plan de llamadas. ¿Después de cuántos meses sería el costo total de los dos planes de ser el mismo?

25. Una tortuga y la liebre deciden correr 30 metros. La liebre, que mucho más rápida, decidió dar a la tortuga una ventaja de 20 pies. La tortuga corre a 0.5 pies / seg y la liebre corre a 5,5 metros por segundo. ¿Cuánto tiempo pasará hasta que la liebre alcance a la tortuga?