

---

## Materia: Matemática de Tercer Año

### Tema: Ecuaciones Irracionales

Suponga que su profesor ha dado instrucciones a los miembros de su clase de matemáticas que en parejas, encuentren la longitud de un segmento de línea. Usted recibe  $\sqrt{2x + 6}$  unidades de la longitud, y su pareja recibe 10 unidades. Usted le pregunta a su maestro cuál de las respuestas es correcta, y él les dice que ambos tienen razón! ¿Se puede establecer una ecuación para calcular  $x$  en este caso? ¿Cómo lo haría? En esta guía, usted aprenderá a resolver ecuaciones radicales como el ejemplo anterior.

#### Marco Teórico

Resolver ecuaciones radicales no es diferente de la resolución de ecuaciones lineales o cuadráticas. Antes de poder comenzar a resolver una ecuación radical, debe saber cómo cancelar el radical. Para ello, es necesario conocer su **inversa**.

| Funcionamiento original | Operación inversa             |
|-------------------------|-------------------------------|
| Raíz cubica             | Elevar a la tercera potencia. |
| Raíz cuadrada           | Elevar a la segunda potencia. |
| Cuarta Raíz             | Elevar a la cuarto potencia.  |
| " $n$ th" raíz          | Elevar a " $n$ th" potencia.  |

Para resolver una ecuación radical, se aplican las medidas para resolver ecuaciones que se han enseñado en las guías anteriores, incluyendo las operaciones inversas para las raíces.

#### Ejemplo A

Resolver  $\sqrt{2x - 1} = 5$ .

#### Solución:

La primera operación que debe realizar es eliminar la raíz cuadrada. Elevando al cuadrado ambos lados.

$$(\sqrt{2x-1})^2 = 5^2$$

$$2x - 1 = 25$$

$$2x = 26$$

$$x = 13$$

Recuerde comprobar su respuesta sustituyendo la  $x$  en el problema original para ver si tiene sentido.

### Soluciones extrañas

No todas las soluciones de una ecuación radical cumplirá el problema original. Esto se llama una **solución extraña**. Esto significa que usted puede encontrar una solución utilizando álgebra, pero no va a funcionar en el caso de control. Esto es debido a la regla en una guía anterior:

$\sqrt[n]{x}$  no está definido cuando  $n$  es un número par entero y  $x < 0$ , esto quiere decir que *las raíces de números negativos no están definidas*.

### Ejemplo B

Resolver  $\sqrt{x-3} - \sqrt{x} = 1$ .

**Solución:**

Separe las expresiones radicales

$$\sqrt{x-3} = \sqrt{x} + 1$$

Eleve al cuadrado ambos términos

$$(\sqrt{x-3})^2 = (\sqrt{x} + 1)^2$$

Elimine los paréntesis

$$x - 3 = (\sqrt{x})^2 + 2\sqrt{x} + 1$$

Simplifique

$$x - 3 = x + 2\sqrt{x} + 1$$

Separe la raíz faltante

$$-4 = 2\sqrt{x}$$

Divida los términos entre 2

$$-2 = \sqrt{x}$$

Eleve al cuadrado ambas partes

$$x = 4$$

Comprobar:  $\sqrt{4-3} \stackrel{?}{=} \sqrt{4} + 1 \Rightarrow \sqrt{1} \stackrel{?}{=} 2 + 1 \Rightarrow 1 \neq 3$ . La solución no es la salida. La ecuación no tiene soluciones reales. Por lo tanto,  $x = 4$  es una solución extraña.

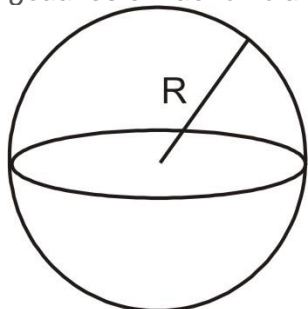
### Ecuaciones radicales en la vida real

### Ejemplo C

Texto traducido de: [www.ck12.org](http://www.ck12.org)

[www.guao.org](http://www.guao.org)

Una esfera tiene un volumen de  $456 \text{ cm}^3$ . Si el radio de la esfera se incrementa de 2 cm, ¿cuál es el nuevo volumen de la esfera?



**Solución:**

1. **Definir variables.** Deje  $R$  =el radio de la esfera.
2. **Encontrar una ecuación.** El volumen de una esfera está dado por la fórmula:  $V = \frac{4}{3}\pi r^3$ .

Mediante la sustitución de 456 para la variable de volumen, la ecuación se convierte  $456 = \frac{4}{3}\pi r^3$ .

|                                       |                   |   |
|---------------------------------------|-------------------|---|
|                                       | Multiplique por 3 | $1368 = 4\pi r^3$                                       |
|                                       | Divide entre 4    | $108.92 = r^3$  |
| Saque la raíz cubica de ambos lados   |                   | $r = \sqrt[3]{108.92} \Rightarrow r = 4.776 \text{ cm}$ |
| El nuevo radio es 2 centímetros menor | :                 | $r = 6.776 \text{ cm}$                                  |
| El nuevo volumen es                   |                   | $V = \frac{4}{3}\pi(6.776)^3 = 1302.5 \text{ cm}^3$     |

Comprobar mediante la sustitución de los valores de los radios en la fórmula del volumen.

$$V = \frac{4}{3}\pi r^3 = \frac{4}{3}\pi(4.776)^3 = 456 \text{ cm}^3. \text{ La solución concuerda.}$$

### Ejercicios Resueltos

Resolver  $\sqrt{x + 15} = \sqrt{3x - 3}$ .

**Solución:**

Comience por la cancelación de las raíces cuadradas elevando al cuadrado ambos lados.

$$\left(\sqrt{x + 15}\right)^2 = \left(\sqrt{3x - 3}\right)^2$$

$$x + 15 = 3x - 3$$

Separe la variable X

$$18 = 2x$$

$$x = 9$$

Texto traducido de: [www.ck12.org](http://www.ck12.org)

Revise la solución:  $\sqrt{9+15} = \sqrt{3(9)-3} \rightarrow \sqrt{24} = \sqrt{24}$ . Comprueba la solución.

---

## Ejercicios

En 1-16, encontrar la solución a cada una de las siguientes ecuaciones radicales. Identificar soluciones extrañas.

1.  $\sqrt{x+2} - 2 = 0$

2.  $\sqrt{3x-1} = 5$

3.  $2\sqrt{4-3x} + 3 = 0$

4.  $\sqrt[3]{x-3} = 1$

5.  $\sqrt[4]{x^2-9} = 2$

6.  $\sqrt[3]{-2-5x} + 3 = 0$

7.  $\sqrt{x} = x - 6$

8.  $\sqrt{x^2-5x-6} = 0$

9.  $\sqrt{(x+1)(x-3)} = x$

10.  $\sqrt{x+6} = x+4$

11.  $\sqrt{x} = \sqrt{x-9} + 1$

12.  $\sqrt{3x+4} = -6$

13.  $\sqrt{10-5x} + \sqrt{1-x} = 7$

14.  $\sqrt{2x-2} - 2\sqrt{x} + 2 = 0$

15.  $\sqrt{2x+5} - 3\sqrt{2x-3} = \sqrt{2-x}$

16.  $3\sqrt{x} - 9 = \sqrt{2x-14}$

17. El área de un triángulo es  $24 \text{ in}^2$  y la altura del triángulo es el doble de la base. ¿Cuáles son la base y la altura del triángulo?

18. El volumen de una pirámide cuadrada viene dada por la fórmula  $V = \frac{A(h)}{3}$ , donde el  $A =$  *área de la base* y la  $h =$  *altura de la pirámide*. El volumen de una pirámide de base cuadrada es de 1.600 metros cúbicos. Si su altura es de 10 metros, encontrar el área de su base.

19. El volumen de un cilindro es  $245 \text{ cm}^3$  y la altura del cilindro es de un tercio del diámetro de la base del cilindro. El diámetro del cilindro se mantiene el mismo, pero la altura del cilindro

Texto traducido de: [www.ck12.org](http://www.ck12.org)

[www.guao.org](http://www.guao.org)

se incrementa en dos centímetros. ¿Cuál es el volumen del nuevo cilindro?  
(Volume =  $\pi r^2 \cdot h$ )

20. La altura de una pelota de golf a medida que viaja a través del aire está dada por la ecuación  $h = -16t^2 + 256$ . Encuentre el momento en que la pelota está a una altura de 120 pies.

### Repaso mixto

21. Joy vende dos tipos de hilo: lana y sintéticos. La lana es de \$ 12 por madeja y sintéticas es de \$ 9 por madeja. Si Joy vendió 16 madejas de sintético y recaudó un total de \$ 432, el número de madejas de lana no se vende?

22. Resolver  $16 \geq |x - 4|$ .

23. Representa gráficamente la solución: 
$$\begin{cases} y \leq 2x - 4 \\ y > -\frac{1}{4}x + 6 \end{cases}$$
.

24. Usted señala al azar a un día en el mes de febrero de 2011. ¿Cuál es la probabilidad de sus tierras dedo en un lunes?

25. Carbono-14 tiene una vida media de 5.730 años. Su perro sacó un hueso de su jardín. Tenía 93% de su carbono-14 restante. ¿Qué edad tiene el hueso?

26. Lo que es cierto acerca de las soluciones de los sistemas inconsistentes?