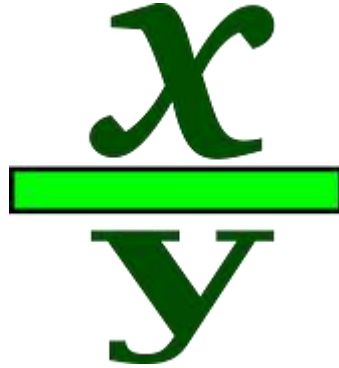


## DIVISIÓN DE POLINOMIOS CON COEFICIENTES RACIONALES

Una **expresión racional** está formada por el cociente de dos polinomios.



Algunos ejemplos de expresiones racionales son

- a)  $\frac{2x}{x^2+1}$
- b)  $\frac{4x^2-3x+4}{2x}$
- c)  $\frac{9x^2+4x-5}{x^2+5x-1}$

Al igual que con números racionales, la expresión de la parte superior es llamada el **numerador**, mientras que la expresión en la parte inferior es llamada el **denominador**. En casos especiales, podemos simplificar una expresión racional dividiendo el numerador entre el denominador.

Puesto que la división es la operación inversa a la multiplicación, primero conviertes el problema de división en un problema equivalente de multiplicación. Luego procedes con la multiplicación tal como se ha ilustrado anteriormente

Recuerda que  $\frac{a}{b} \div \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \cdot \frac{d}{c}$ . Es decir, la primera fracción permanece inalterada, mientras que obtenemos el inverso de la **segunda** fracción. No se debe caer en la trampa común de **voltear**, es decir, **obtener el inverso** de la primera fracción

### Ejemplo A

Divide  $\frac{\frac{1}{2}x^3 - \frac{3}{2}x^2 + \frac{1}{4}x}{\frac{2}{3}x}$

### Respuesta:

$$\frac{\frac{1}{2}x^3}{\frac{2}{3}x} - \frac{\frac{3}{2}x^2}{\frac{2}{3}x} + \frac{\frac{1}{4}x}{\frac{2}{3}x} = \frac{1}{2} \cdot \frac{3}{2}x^2 - \frac{3}{2} \cdot \frac{3}{2}x + \frac{1}{4} \cdot \frac{3}{2} = \frac{3}{4}x^2 - \frac{9}{4}x + \frac{3}{8}$$

**Ejemplo B**

Divide  $\frac{\frac{1}{3}a^8 - \frac{3}{2}a^5 - \frac{1}{2}a^2}{\frac{1}{4}a^2}$

**Respuesta:**

$$\frac{\frac{1}{3}a^8 - \frac{3}{2}a^5 - \frac{1}{2}a^2}{\frac{1}{4}a^2} = \frac{\frac{1}{3}a^8}{\frac{1}{4}a^2} - \frac{\frac{3}{2}a^5}{\frac{1}{4}a^2} - \frac{\frac{1}{2}a^2}{\frac{1}{4}a^2} = \frac{1}{3} \cdot 4a^6 - \frac{3}{2} \cdot 4a^3 - \frac{1}{2} \cdot 4 = \frac{4}{3}a^6 - 6a^3 - 2$$

**EJERCICIOS RESUELTOS**

1. Efectúa las siguientes divisiones de polinomios  
 $(3x^3 - 6x^2 + 4x + 5) \div (x - \frac{1}{2})$

$$\begin{array}{r} 3x^3 - 6x^2 + 4x + 5 \quad | \quad x - \frac{1}{2} \\ \underline{-3x^3 + \frac{3}{2}x^2} \phantom{+ 4x + 5} \\ 0 - \frac{9}{2}x^2 + 4x \phantom{+ 5} \\ \underline{\phantom{0} \frac{9}{2}x^2 - \frac{9}{4}x} \phantom{+ 5} \\ 0 \phantom{0} \frac{7}{4}x + 5 \\ \underline{\phantom{0} \phantom{0} - \frac{7}{4}x + \frac{7}{8}} \\ 0 \phantom{0} \phantom{0} \frac{47}{8} \end{array}$$

**Respuesta:**  $3x^2 - \frac{9}{2}x + \frac{7}{4}$

2. Efectúa las siguientes divisiones de polinomios  
 $(-x^3 + \frac{2}{3}x^2 - \frac{1}{3}x - 4) \div (x - \frac{5}{2})$

$$\begin{array}{r} -x^3 + \frac{2}{3}x^2 - \frac{1}{3}x - 4 \quad | \quad x - \frac{5}{2} \\ \underline{x^3 - \frac{5}{2}x^2} \phantom{- \frac{1}{3}x - 4} \\ 0 - \frac{11}{6}x^2 - \frac{1}{3}x \phantom{- 4} \\ \underline{\phantom{0} \frac{11}{6}x^2 - \frac{55}{12}x} \phantom{- 4} \\ 0 \phantom{0} - \frac{59}{12}x - 4 \\ \underline{\phantom{0} \phantom{0} \frac{59}{12}x - \frac{295}{24}} \\ 0 \phantom{0} \phantom{0} - \frac{391}{24} \end{array}$$

**Respuesta:**  $-x^2 - \frac{11}{6}x - \frac{59}{12}$

3. Efectúa las siguientes divisiones de polinomios  
 $\left(\frac{1}{9}x^3 - \frac{2}{3}x^2 + 5x - 3\right) \div \left(x - \frac{2}{3}\right)$

$$\begin{array}{r}
 \frac{1}{9}x^3 - \frac{2}{3}x^2 + 5x - 3 \quad \Big| \quad x - \frac{2}{3} \\
 \underline{-\frac{1}{9}x^3 + \frac{2}{27}x^2} \phantom{+ 5x - 3} \\
 0 - \frac{16}{27}x^2 + 5x \phantom{- 3} \\
 \phantom{0} \underline{\frac{16}{27}x^2 - \frac{32}{81}x} \\
 0 \phantom{0} \frac{373}{81}x - 3 \\
 \phantom{0} \phantom{0} \underline{-\frac{373}{81}x + \frac{746}{243}} \\
 0 \phantom{0} \phantom{0} \frac{17}{243}
 \end{array}$$

**Respuesta:**  $\frac{1}{9}x^2 - \frac{16}{27}x + \frac{373}{81}$

4. Efectúa las siguientes divisiones de polinomios  
 $\left(\frac{4}{3}x^3 - \frac{2}{3}x^2 + \frac{25}{4}x - \frac{3}{2}\right) \div \left(2x - \frac{1}{2}\right)$

$$\begin{array}{r}
 \frac{4}{3}x^3 - \frac{2}{3}x^2 + \frac{25}{4}x - \frac{3}{2} \quad \Big| \quad 2x - \frac{1}{2} \\
 \underline{-\frac{4}{3}x^3 + \frac{1}{3}x^2} \phantom{+ \frac{25}{4}x - \frac{3}{2}} \\
 0 - \frac{1}{3}x^2 + \frac{25}{4}x \phantom{- \frac{3}{2}} \\
 \phantom{0} \underline{\frac{1}{3}x^2 - \frac{1}{12}x} \\
 0 \phantom{0} \frac{37}{6}x - \frac{3}{2} \\
 \phantom{0} \phantom{0} \underline{-\frac{37}{6}x + \frac{37}{24}} \\
 0 \phantom{0} \phantom{0} + \frac{1}{24}
 \end{array}$$

**Respuesta:**  $\frac{2}{3}x^2 - \frac{1}{6}x + \frac{74}{12}$

5. Efectúa las siguientes divisiones de polinomios  
 $\left(\frac{1}{4}x^3 + \frac{1}{12}x^2 - \frac{3}{2}x + \frac{3}{2}\right) \div \left(\frac{1}{2}x + \frac{3}{2}\right)$

$$\begin{array}{r}
 \frac{1}{4}x^3 + \frac{1}{12}x^2 - \frac{3}{2}x + \frac{3}{2} \quad \Big| \quad \frac{1}{2}x + \frac{3}{2} \\
 \underline{-\frac{1}{4}x^3 - \frac{3}{4}x^2} \phantom{+ \frac{3}{2}x + \frac{3}{2}} \\
 0 - \frac{2}{3}x^2 - \frac{3}{2}x \phantom{+ \frac{3}{2}} \\
 \phantom{0} \underline{\frac{2}{3}x^2 + 2x} \\
 0 \phantom{0} \frac{1}{2}x + \frac{3}{2} \\
 \phantom{0} \phantom{0} \underline{-\frac{1}{2}x - \frac{3}{2}} \\
 0 \phantom{0} \phantom{0} 0
 \end{array}$$

**Respuesta:**  $\frac{1}{2}x^2 - \frac{4}{3}x + 1$

6. Efectúa las siguientes divisiones de polinomios  

$$\left(\frac{3}{5}x^4 - \frac{2}{3}x^3 + 6x^2 - \frac{1}{2}x\right) \div \left(\frac{3}{2}x\right)$$

$$\frac{\frac{3}{5}x^4}{\frac{3}{2}x} - \frac{\frac{2}{3}x^3}{\frac{3}{2}x} + \frac{6x^2}{\frac{3}{2}x} - \frac{\frac{1}{2}x}{\frac{3}{2}x} = \frac{2}{5}x^3 - \frac{4}{9}x^2 + 4x - \frac{1}{3}$$

**Respuesta:**  $\frac{2}{5}x^3 - \frac{4}{9}x^2 + 4x - \frac{1}{3}$

7. Efectúa las siguientes divisiones de polinomios  

$$\left(\frac{3}{2}x^4 - \frac{5}{4}x^3 - \frac{1}{6}x^2 + \frac{1}{5}x\right) \div \left(\frac{4}{3}x^2\right)$$

$$\frac{\frac{3}{2}x^4}{\frac{4}{3}x^2} - \frac{\frac{5}{4}x^3}{\frac{4}{3}x^2} - \frac{\frac{1}{6}x^2}{\frac{4}{3}x^2} + \frac{\frac{1}{5}x}{\frac{4}{3}x^2} = \frac{9}{8}x^2 - \frac{15}{16}x - \frac{1}{8} + \frac{3}{20x}$$

**Respuesta:**  $\frac{9}{8}x^2 - \frac{15}{16}x - \frac{1}{8} + \frac{3}{20x}$

8. Efectúa las siguientes divisiones de polinomios  

$$\left(\frac{1}{2}x^5 - x^3 + \frac{1}{3}x^2 + 2\right) \div \left(\frac{1}{4}x^3 - x^2 + \frac{2}{3}\right)$$

$$\frac{\frac{1}{2}x^5 + 0x^4 - x^3 + \frac{1}{3}x^2 + 0x + 2}{-\frac{1}{5}x^5 + 2x^4 + 0x^3 - \frac{4}{3}x^2} \quad \left| \frac{\frac{1}{4}x^3 - x^2 + \frac{2}{3}}{2x^2 + 8x + 28} \right.$$

$$\begin{array}{r} 0 \quad +2x^4 - x^3 \quad -x^2 + 0x + 2 \\ -2x^4 + 8x^3 + 0x^2 - \frac{16}{3}x \\ \hline 0 + 7x^3 - x^2 - \frac{16}{3}x + 2 \\ -7x^3 + 28x^2 + 0x - \frac{56}{3} \\ \hline 0 \quad +27x^2 - \frac{16}{3}x - \frac{50}{3} \end{array}$$

**Respuesta:**  $2x^2 + 8x + 28$

## Glosario

Una **expresión racional** está formada por el cociente de dos polinomios.

La expresión de la parte superior del cociente es llamada el **numerador**.

la expresión en la parte inferior del cociente es llamada el **denominador**.

## Otras Referencias

[http://www.vitutor.com/ab/p/a\\_7.html](http://www.vitutor.com/ab/p/a_7.html)

<http://www.clasesdemate.yolasite.com/resources/DIVISION%20DE%20POLINOMIOS.pdf>

