

DIVISIÓN DE POLINOMIOS CON COEFICIENTES ENTEROS

División de un polinomio entre un monomio

Comienza con la división de un polinomio entre un monomio. Para hacer esto, divide cada término del polinomio entre el monomio. Cuando el numerador tiene términos diferentes, el término en la parte inferior de la expresión constituye el denominador **común** a todos los términos del numerador.



Ejemplo A

Divide

$$\begin{array}{l} \text{a) } \frac{8x^2-4x+16}{2} \\ \text{b) } \frac{3x^3-6x-1}{x} \end{array}$$

Respuesta:

$$\begin{array}{l} \text{a) } \frac{8x^2-4x+16}{2} = \frac{8x^2}{2} - \frac{4x}{2} + \frac{16}{2} = 4x^2 - 2x + 8 \\ \text{b) } \frac{3x^3-6x-1}{x} = \frac{3x^3}{x} - \frac{6x}{x} - \frac{1}{x} = 3x^2 - 6 - x^{-1} \end{array}$$

División de un polinomio entre un binomio

La división de polinomios se hace siguiendo un método similar al de divisiones largas de números.

Ejemplo B

Divide

$$\frac{x^2+4x+5}{x+3}$$

Respuesta: Cuando realizas la operación de división, conviene recordar que la expresión que se encuentra en el numerador es llamada **dividendo**, mientras que la expresión que se encuentra en el denominador es llamada **divisor**.

Para comenzar la división, reescribes el problema de la siguiente manera.

$$x + 3 \overline{) x^2 + 4x + 5}$$

Comienzas dividiendo el primer término del dividendo entre el primer término del divisor $\frac{x^2}{x} = x$

Colocas el resultado en la línea que se encuentra sobre el término x .

$$x + 3 \overline{) x^2 + 4x + 5} \quad \begin{array}{c} x \\ \hline \end{array}$$

A continuación, multiplicas el término x de la respuesta por cada uno de los términos de la expresión $x + 3$ del divisor y colocas el resultado bajo los términos semejantes que se encuentran en el dividendo.

$$x + 3 \overline{) x^2 + 4x + 5}$$

$$x(x + 3) = x^2 + 3x$$

Ahora sustrae $x^2 + 3x$ de $x^2 + 4x + 5$. Es muy útil cambiar los signos de los términos de la expresión $x^2 + 3x$, de modo que obtienes $-x^2 - 3x$ y, luego, sumas términos semejantes verticalmente.

$$x + 3 \overline{) x^2 + 4x + 5} \quad \begin{array}{c} x \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} -x^2 - 3x \\ \hline x \end{array}$$

Ahora, bajas el número 5, que es el siguiente término en el dividendo.

$$x + 3 \overline{) x^2 + 4x + 5} \quad \begin{array}{c} x \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} -x^2 - 3x \\ \hline x + 5 \end{array}$$

Luego, repites el procedimiento.

Primero, divides el primer término de $x + 5$ entre el primer término del divisor $\frac{x}{x} = 1$.

Coloca esta respuesta sobre la línea que se encuentra arriba del dividendo

$$\begin{array}{r} x+1 \\ x+3 \overline{) x^2+4x+5} \\ \underline{-x^2-3x} \\ x+5 \end{array}$$

Multiplicas 1 por el divisor $x + 3$ y escribes la respuesta bajo los términos semejantes de $x + 5$

$$\begin{array}{r} x+1 \\ x+3 \overline{) x^2+4x+5} \\ \underline{-x^2-3x} \\ x+5 \\ x+3 \end{array}$$

Sustraes ahora $x + 3$ de $x + 5$ cambiando los signos de $x + 3$ a $-x - 3$, y luego sumando los términos semejantes.

$$\begin{array}{r} x+1 \quad \text{cociente} \\ x+3 \overline{) x^2+4x+5} \\ \underline{-x^2-3x} \\ x+5 \\ \underline{-x-3} \\ 2 \quad \text{residuo} \end{array}$$

Dado que no existen más términos que bajar del dividendo, has finalizado el procedimiento. Por tanto, la respuesta es $x + 1$, con un residuo de 2.

Hay que recordar que para el caso de una división con residuo, la respuesta es de la forma cociente + residuo/divisor

Así, para el presente caso, escribes la respuesta de la siguiente manera.

$$\frac{x^2 + 4x + 5}{x + 3} = x + 1 + \frac{2}{x + 3}$$

Comprobación

Para comprobar la respuesta de una división larga, nos valemos del hecho que:

$$\text{divisor} \cdot \text{cociente} + \text{residuo} = \text{dividendo}$$

Así, para el problema que nos ocupa, he aquí la comprobación de nuestra solución.

$$(x + 3)(x + 1) + 2 = x^2 + 4x + 3 + 2$$

$$= x^2 + 4x + 5$$

La respuesta se ha comprobado

Ejemplo C

Divide $\frac{4x^2 - 25x - 21}{x - 7}$

$$\begin{array}{r}
 \frac{4x^2}{x} \quad \frac{3x}{x} \\
 \quad \downarrow \quad \downarrow \\
 \quad 4x + 3 \\
 x - 7 \overline{) 4x^2 - 25x - 21} \\
 - [4x(x - 7)] = \quad -4x^2 + 28x \\
 \quad \quad \quad 3x - 21 \\
 - [3(x - 7)] = \quad -3x + 21 \\
 \quad \quad \quad \quad \quad 0 \quad \text{residuo}
 \end{array}$$

Respuesta: 4x+3

Comprobación $(4x + 3)(x - 7) + 0 = 4x^2 - 25x - 21$. La respuesta se ha comprobado.

EJERCICIOS RESUELTOS

1. Resuelve la siguiente división de polinomios $(2x^3 - 7x^2 + 8x - 3) \div (x^2 - 2x + 1)$

$$\begin{array}{r}
 2x^3 - 7x^2 + 8x - 3 \quad | \quad x^2 - 2x + 1 \\
 -2x^3 + 4x^2 - 2x \quad | \\
 \hline
 0 - 3x^2 + 6x - 3 \\
 \quad 3x^2 - 6x + 3 \\
 \hline
 0 \quad 0 \quad 0
 \end{array}$$

Respuesta: 2x-3

2. Resuelve la siguiente división de polinomios $(2x^3 + 6x - 4) \div (x + 4)$

$$\begin{array}{r}
 2x^3 + 0x^2 + 6x - 4 \quad | \quad x + 4 \\
 -2x^3 - 8x^2 \quad | \\
 \hline
 0 - 8x^2 + 6x - 4 \\
 \quad 8x^2 + 32x \\
 \hline
 0 \quad 38x - 4 \\
 \quad -38x - 152 \\
 \hline
 0 \quad -156
 \end{array}$$

Respuesta: 2x^2-8x+38

3. Resuelve la siguiente división de polinomios
 $(-5x^2+4+2x^4+7x) \div (-3+x)$

$$\begin{array}{r|l} 2x^4+0x^3-5x^2+7x+4 & x-3 \\ -2x^4+6x^3 & \hline 0+6x^3-5x^2 & \\ -6x^3+18x^2 & \hline 0 \quad 13x^2+7x & \\ -13x^2+39x & \hline 0 \quad +46x+4 & \\ -46x+138 & \hline 0 \quad +142 & \end{array}$$

Respuesta: $2x^3+6x^2+13x+46$

4. Resuelve la siguiente división de polinomios
 $(y^4-y^3x+y^2x^2-3yx^3+2x^4) \div (y^3-2y^2x+yx^2)$

$$\begin{array}{r|l} y^4-y^3x+y^2x^2-3yx^3+2x^4 & y^3-2y^2x+yx^2 \\ -y^4+2y^3x-y^2x^2 & \hline 0+y^3x \quad 0-3yx^3+2x^4 & \\ -y^3x+2y^2x^2-yx^3 & \hline 0 \quad 2y^2x^2-4yx^3+2x^4 & \end{array}$$

Respuesta: $y+x$

5. Resuelve la siguiente división de polinomios
 $(x^5+y^5) \div (x+y)$

$$\begin{array}{r|l} X^5+0x^4+0x^3y^2+0x^2y^3+0xy^4+y^5 & x+y \\ -x^5-x^4y & \hline 0-x^4y & \\ x^4y+x^3y^2 & \hline 0+x^3y^2 & \\ -x^3y^2-x^2y^3 & \hline 0-x^2y^3 & \\ x^2y^3+xy^4 & \hline 0+xy^4 & \\ -xy^4-y^5 & \hline 0-y^5 & \end{array}$$

Respuesta: $x^4-x^3y+x^2y^2-xy^3+y^4$

6. Resuelve la siguiente división de polinomios
 $(3x^2-5x+2) \div (x-2)$

$$\begin{array}{r|l} 3x^2-5x+2 & x-2 \\ -3x^2+6x & \hline 0 \quad +x+2 & \\ -x+2 & \hline 0 \quad +4 & \end{array}$$

Respuesta: $3x+1$

7. Resuelve la siguiente división de polinomios
 $(y^2-9) \div (y+3)$

$$\begin{array}{r|l} Y^2+0y-9 & y+3 \\ -y^2-3y & \hline 0 \quad -3y-9 & \\ 3y+9 & \hline 0 \quad 0 & \end{array}$$

Respuesta: $y-3$

8. Resuelve la siguiente división de polinomios
 $(x^3-81) \div (x-3)$

$$\begin{array}{r|l}
 X^3+0x^2+0x-81 & x-3 \\
 \underline{-x^3+3x^2} & \\
 0+3x^2+0x & \\
 \underline{-3x^2+9x} & \\
 0+9x-81 & \\
 \underline{-9x+27} & \\
 0+54 &
 \end{array}$$

Respuesta: x^2+3x+9

Profesor Danesa Padilla

Versión Fecha 2015-08-19

Glosario

La expresión que se encuentra en el numerador es llamada **dividendo**.

La expresión que se encuentra en el denominador es llamada **divisor**.

Otras Referencias

http://www.vitutor.com/ab/p/a_7.html

http://www.eplc.umich.mx/salvadors/matematicas1/contenido/CapIII/3_7_div_pol.htm

<https://www.youtube.com/watch?v=uDUr3TKE8IQ>

