

División de números complejos

Marco Teórico

Para dividir dos números complejos es similar a la división de dos números irracionales. Recordemos que en ese problema, el procedimiento era encontrar lo irracional **conjugado** del denominador y luego multiplicar el numerador y el denominador por el conjugado que, por ejemplo:

$$\text{Divide: } \frac{3}{1+\sqrt{2}}$$

En primer lugar encontramos el conjugado del denominador irracional: $1 - \sqrt{2}$, y luego multiplicar el numerador y el denominador por este valor:

$$\frac{3}{1+\sqrt{2}} \times \frac{1-\sqrt{2}}{1-\sqrt{2}} = \frac{3-3\sqrt{2}}{1-2}$$

esto se reduce a

$$= \frac{3-3\sqrt{2}}{-1}$$

o

$$= -3 + 3\sqrt{2}$$

El proceso es muy similar a los números complejos. Con los números complejos, ya que usted está interesado en la eliminación de los números complejos del denominador, se encuentra el **complejo conjugado** del denominador y multiplica el numerador y el denominador por el mismo.

Usted encuentra el complejo conjugado de la misma manera que encontró el conjugado de los números irracionales, cambiar el signo de la parte imaginaria. Por ejemplo, el conjugado complejo de $4 + 3i$ es $4 - 3i$

Un número complejo multiplicado por su conjugado complejo producirá un número real. Al recordar $(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$ simplificando un número complejo y su conjugado puede ser fácil, por ejemplo:

El conjugado de $4 + 3i$ se encuentra mediante la retención de la parte real (4) y de inversión sólo el signo de la parte imaginaria (es decir, se convierte en $3i-3i$)

$(4 + 3i)(4 - 3i) = 16 - 12i + 12i - 9i^2$. Observe que $-12i$ y $12i$ se cancelan. También recordar que $i^2 = -1$

Eso nos da:

$$16 + 9 = 25$$

Por lo tanto: $(4 + 3i)(4 - 3i) = 25$

El producto de este número complejo y su conjugado es 25.

Al multiplicar números complejos a veces la intuición acerca de la naturaleza del producto puede inducir a error.

Por ejemplo, en $(a + b)(a + b)$, donde todos los términos son números reales, no hay términos de cada uno de los cuatro productos se cancelarán. Algunos de los términos pueden combinarse. Sin embargo, en $(1 + i)(1 - i)$, donde algunos términos son números reales y algunos términos son números imaginarios, esto ya no es cierto. Dos de estos términos cancelar: el primer producto se obtiene 1, mientras que el último producto se obtiene i^2 o -1, y esos términos cancelar!

Ejemplo A

Encontrar el cociente: $\frac{6-3i}{4+3i}$

Solución

En primer lugar, observar que el complejo conjugado del denominador es $4 - 3i$

$$\begin{aligned} \text{Multiplique el numerador y el denominador por } 4 - 3i: & \frac{6-3i}{4+3i} \times \frac{4-3i}{4-3i} = \frac{24-18i+12i+9i^2}{16-12i+12i-9i^2} \\ & = \frac{15-6i}{25} \end{aligned}$$

Ejemplo B

Divida $\frac{5+2i}{7+4i}$

.Para Divide $\frac{5+2i}{7+4i}$ primero determinar el conjugado del denominador $(7 + 4i)$ es el conjugado de los mismos dos términos con el signo opuesto entre ellos, en este caso $(7 - 4i)$

$$\left(\frac{5+2i}{7+4i}\right) \cdot \left(\frac{7-4i}{7-4i}\right) \quad \text{Multiplique el numerador y el denominador por el conjugado}$$

$$\frac{35+14i-20i-8i^2}{49-28i+28i-16i^2} \quad \text{FOIL}$$

$$\frac{35-6i+8}{49+16} \quad \text{Simplificar}$$

$$\frac{43-6i}{65} \quad \text{Simplificar}$$

Ejemplo C

Divida $\frac{4+i}{5-i}$

Para dividir $\frac{4+i}{5-i}$ primero identificar el conjugado del denominador: $(5 + i)$

$$\left(\frac{4+i}{5-i}\right) \cdot \left(\frac{5+i}{5+i}\right) \quad \text{Multiplique el numerador y el denominador por el conjugado}$$

$$\frac{20+4i+5i+i^2}{25+5i-5i-i^2}$$

$$\frac{35+9i-1}{25+1} \quad \text{Simplificar}$$

$$\frac{34+9i}{26} \quad \text{Simplificar}$$

$$\cdot \frac{4+i}{5-i} = \frac{34+9i}{26}$$

EJERCICIOS RESUELTOS

1. Resuelve:

$$\frac{3-2i}{2+i}$$

$$\begin{aligned} &= \frac{(3-2i)(2-i)}{(2+i)(2-i)} = \frac{6-3i-4i+2i^2}{4-2i+2i-i^2} = \frac{6-7i+2(-1)}{4-1(-1)} \\ &= \frac{4-7i}{5} \end{aligned}$$

Respuesta:

$$= \frac{4}{5} - \frac{7}{5}i$$

2. Resuelve:

$$\frac{27+8i}{5+6i}$$

$$\begin{aligned} &= \frac{(27-8i)(5-6i)}{(5+6i)(5-6i)} = \frac{135i-162i+40i-48i^2}{5^2+6^2} = \\ &\frac{135-122i-48(-1)}{25+36} = \frac{135-122i+48}{61} \\ &= \frac{183-122i}{61} = \frac{183}{61} - \frac{122}{61}i \end{aligned}$$

Respuesta:

$$= 3 - 2i$$

3. Resuelve:

$$\frac{3-2i}{6+7i}$$

$$\begin{aligned} &= \frac{(3-2i)(6-7i)}{(6+7i)(6-7i)} = \frac{18-21i-12i+14i^2}{6^2+7^2} = \\ &\frac{18-33i+14(-1)}{36+49} = \frac{18-33i-14}{85} \\ &= \frac{4-33i}{85} = \frac{4}{85} - \frac{33}{85}i \end{aligned}$$

Respuesta:

$$= \frac{4}{85} - \frac{33}{85}i$$

4. Calcular el inverso de: 3-2i

$$\begin{aligned} &= \frac{1}{3-2i} \cdot \frac{3+2i}{3+2i} = \frac{3+2i}{3^2+2^2} = \frac{3+2i}{13} \\ &= \frac{3}{13} + \frac{2}{13}i \end{aligned}$$

Respuesta:

$$= \frac{3}{13} + \frac{2}{13}i$$

5. Resuelve:

$$\frac{5-2i}{-3+4i} = \frac{(5-2i)(-3-4i)}{(-3+4i)(-3-4i)} = \frac{-15-20i+6i+8i^2}{(-3)^2-(4i)^2} =$$

$$\frac{-15-14i+8(-1)}{9-4(-1)} = \frac{-23-14i}{9+16}$$

$$= \frac{-23-14i}{25} = -\frac{23}{25} - \frac{14}{25}i$$

Respuesta:

$$= -\frac{23}{25} - \frac{14}{25}i$$

Profesor: Militza Indaburo Fe y Alegría Versión:2016-06-06

Glosario

Los conjugados son términos binomiales que son iguales a un lado de las operaciones inversas entre ellos, por ejemplo, $(3 + 2x)$ y $(3 - 2x)$.

Conjugados complejos tales como: $(3 + 2i)$ y $(3 - 2i)$ se traducen en números reales cuando se multiplica.

Otras Referencias

Videos.

