

## Materia: Matemática de Séptimo

### Tema: Triángulos



Kevin y Jake comenzaron a examinar una escultura mientras que las chicas examinaban un cuadro. La escultura que veían estaba llena de triángulos. Mientras la observaban recordaban cómo la profesora Gilson explicó que un triángulo es una de las figuras más fuertes que hay y es por eso que vemos triángulos en construcciones.

"Piensa en un puente," le dijo Kevin a Jake. "Un puente tiene muchos triángulos dentro de él. Así es como todo permanece unido. Si no tuviéramos los triángulos la estructura podría colapsar".

"¿Y qué pasa con la escultura? ¿Crees que importe qué tipo de triángulo se utiliza?", preguntó Jake.

"No lo sé. Echemos un vistazo a los que utilizaron aquí".

Los dos chicos caminaron alrededor de la escultura y la miraron por todos lados. Había mucho de qué darse cuenta. Después de un tiempo, Jake fue el primero en hablar.

"No creo que importe qué triángulo se utiliza", dijo.

"Yo creo que sí. El isósceles tiene más sentido porque es equilibrado", dijo Kevin sonriendo.

Jake se confunde. Él no puede recordar por qué un triángulo isósceles, según Kevin, es "más equilibrado". Se detiene a pensar en esto mientras Kevin ve la siguiente escultura.

¿Sabes lo que quiso decir Kevin? ¿Qué es un triángulo isósceles y cómo "equilibra?" Éste Concepto te enseñará todo sobre triángulos y cómo clasificarlos. Cuando termine con este Concepto, tendrás la oportunidad de volver a éste problema. Así podrás entender un poco mejor lo que Kevin quiso decir.

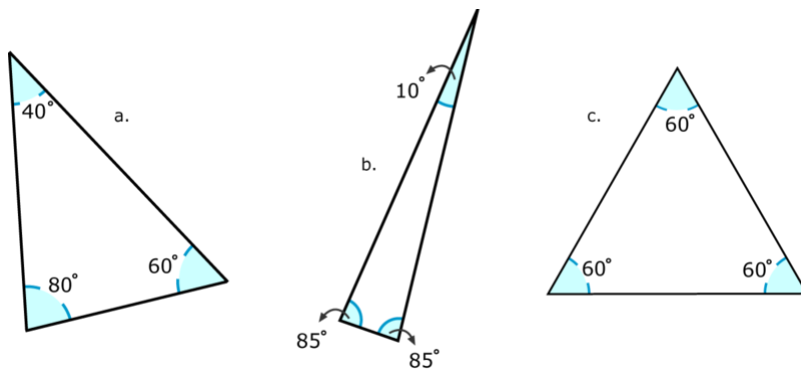
### Marco Teórico

Como hemos visto, los ángulos de un triángulo pueden variar mucho en tamaño y forma pero la suma de sus grados siempre da  $180^\circ$ .

**Podemos identificar los tipos de triángulos por el tamaño de sus ángulos. Un triángulo puede ser agudo, obtuso o recto.**

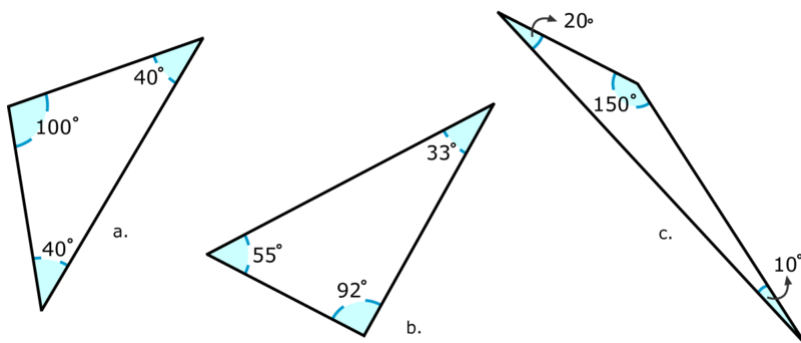
Echemos un vistazo más de cerca.

**Triángulos agudos tienen tres ángulos agudos.** En otras palabras, la todos sus ángulos por separado miden menos de  $90^\circ$ . A continuación se presentan algunos ejemplos de triángulos agudos.



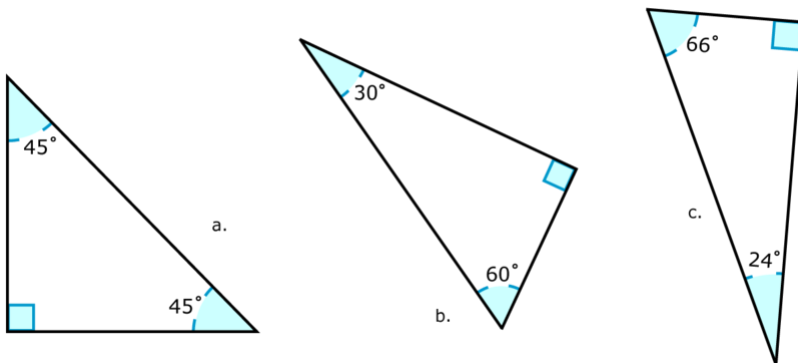
**Observa que cada ángulo de los triángulos anteriores es inferior a  $90^\circ$  pero la suma de los tres ángulos de cada triángulo da  $180^\circ$ .**

**Clasificamos triángulos que tienen un ángulo obtuso como un triángulo obtuso.** Esto significa que un ángulo en el triángulo mide más de  $90^\circ$ . Estos son algunos triángulos obtusos.



**Aquí puedes ver que los triángulos obtusos tienen un ángulo más ancho que es mayor  $90^\circ$ . Sin embargo los tres ángulos en triángulos obtusos siempre suman  $180^\circ$  también. Sólo uno de los ángulos debe ser obtuso para que sea un triángulo obtuso.**

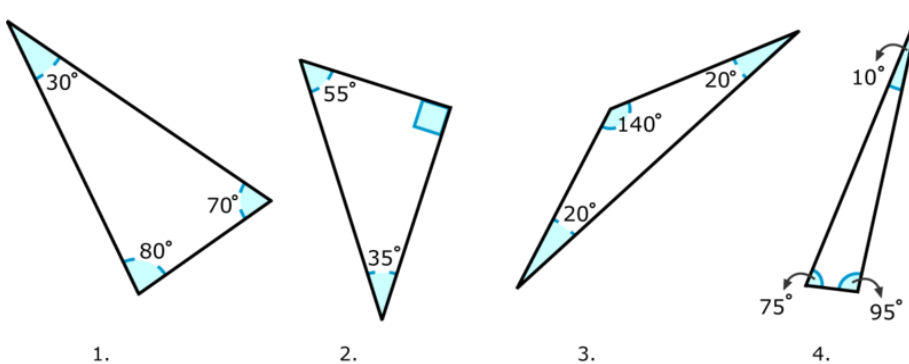
El tercer tipo de triángulo es un triángulo rectángulo. Como su nombre lo indica **triángulos rectángulos tienen un ángulo recto que mide exactamente  $90^\circ$** . A menudo, un pequeño cuadro en la esquina del ángulo indica cuando un éste es un ángulo recto. Vamos a examinar algunos triángulos rectángulos.



Una vez más, incluso con un ángulo recto, ¡los tres ángulos suman  $180^\circ$ !

Ahora vamos a practicar identificar diferentes tipos de triángulos.

Marca cada triángulo como agudos, obtusos o derecha.



**Para la clasificación de los triángulos debemos examinar los tres ángulos en cada uno. Si hay un ángulo obtuso, es un triángulo obtuso. Si no es un ángulo recto, es un triángulo rectángulo. Si todos los tres ángulos son menores a  $90^\circ$ , es un triángulo agudo.**

Un atajo que podemos usar es comparar los ángulos. Si un ángulo da exactamente  $90^\circ$ , sabemos que el triángulo debe ser un triángulo rectángulo. Si cualquier ángulo es mayor a  $90^\circ$ , el triángulo debe ser un triángulo obtuso. Si no

hay ningún ángulo recto u obtuso, el triángulo debe ser un triángulo agudo. Asegúrese de que cada ángulo es menor a  $90^\circ$ .

No hay ángulos rectos en la Figura 1. No hay ángulos que miden más de  $90^\circ$ . Esto es probablemente un triángulo agudo. Vamos a ver cada ángulo para estar seguro. Cada ángulo es menor a  $90^\circ$  por lo que éste es sin duda un triángulo agudo. La Figura 1 es un triángulo agudo.

¿Hay algún ángulo recto u obtuso en el segundo triángulo? La pequeña caja en la esquina nos dice que el ángulo es un ángulo recto. Por lo tanto éste es un triángulo rectángulo. La Figura 2 es un triángulo rectángulo.

¿Qué pasa con la figura 3? No tiene ningún ángulo recto. Sin embargo tiene un ángulo muy amplio. Ángulos anchos suelen ser obtuso. Vamos a ver la medida para asegurar que es mayor a  $90^\circ$ . Lo es. Esto es definitivamente un ángulo obtuso. Por lo tanto éste es un triángulo obtuso. La Figura 3 es un triángulo obtuso.

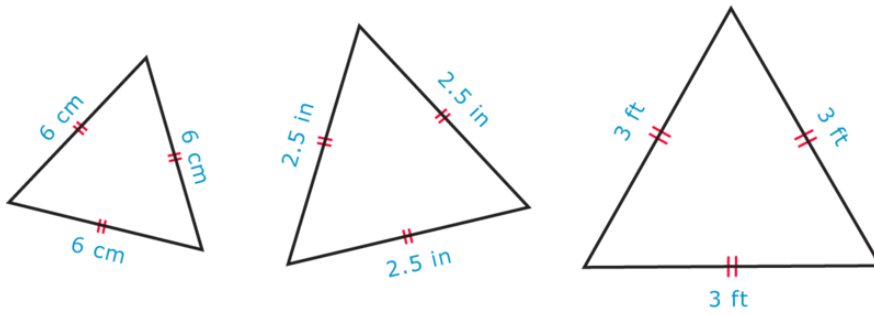
La Figura 4 no tiene ningún ángulo recto. No tiene ningún ángulo amplio. No obstante los ángulos obtusos no siempre son amplios. Compruebe las medidas de los ángulos para estar seguro. Al medirlo observamos que el ángulo es mayor a los  $90^\circ$  lo que los hace obtuso. La Figura 4 es un triángulo obtuso.

**Hacer algunas notas acerca de cada tipo de triángulo puede hacerte recordar cómo clasificarlos según sus ángulos.**

**Has visto que podemos clasificar los triángulos por sus ángulos pero también podemos clasificarlos por las longitudes de sus lados.** Cada **triángulo** tiene tres lados y a veces los tres lados tienen la misma longitud, o son congruentes. En otros triángulos a veces sólo dos lados son congruentes. Y en otros triángulos más los lados son todos de diferentes longitudes. **Mediante la comparación de las longitudes de los lados se puede determinar el tipo de triángulo que es.**

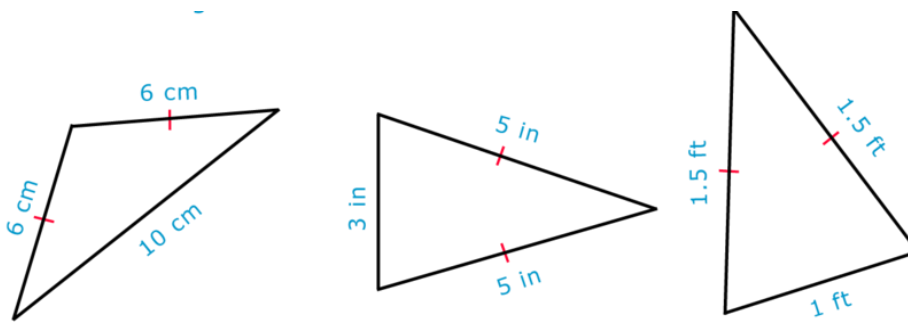
Vamos a ver cómo funciona esto.

**Un triángulo con tres lados iguales es un triángulo equilátero.** No importa cuán largos sean sus lados siempre y cuando todos ellos sean congruentes o iguales. Estos son algunos triángulos equiláteros.

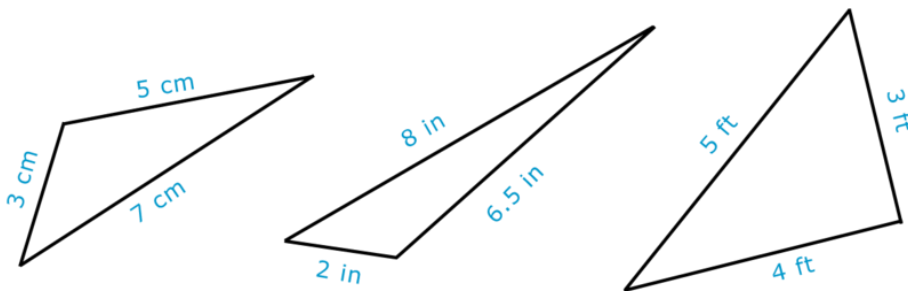


**Sólo recuerde: lados iguales significa que es un triángulo equilátero.**

**Un triángulo isósceles tiene dos lados congruentes.** No importa que dos lados sean mientras sean dos solamente. Echemos un vistazo a algunos triángulos isósceles.

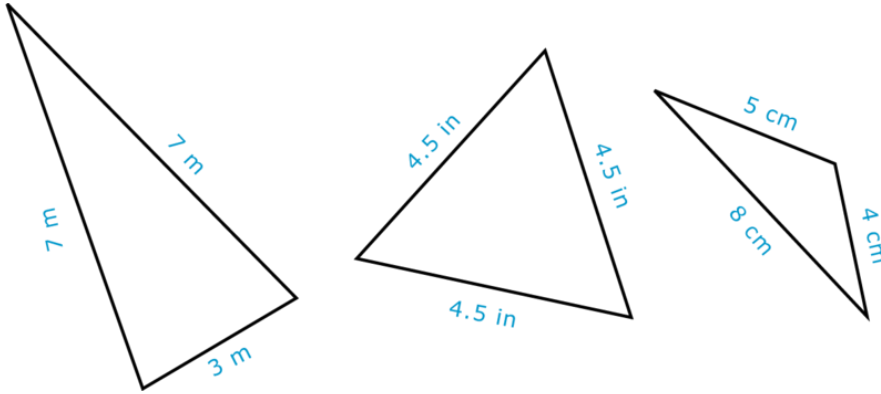


**El tercer tipo de triángulo es un triángulo escaleno. En un triángulo escaleno no tiene lados congruentes. Todos sus lados son distintos.**



Ahora vamos a practicar identificando triángulos por la longitud de sus lados.

Clasifica los siguientes triángulos como equilátero, isósceles o escaleno.



Tenemos que examinar las longitudes de los lados de cada triángulo para ver si los lados son congruentes. En el primer triángulo dos lados miden 7 metros de largo pero el tercer lado es más corto. ¿Qué tipo de triángulo tiene dos lados congruentes? El primer triángulo es un triángulo isósceles.

Ahora veamos el segundo triángulo. Los tres lados tienen la misma longitud por lo que éste debe ser un triángulo equilátero. El segundo triángulo es un triángulo equilátero.

Los lados del último triángulo miden: 5 cm, 4 cm y 8 cm. Ninguno de los lados son congruentes así que esto es un triángulo escaleno. El último triángulo es un triángulo escaleno.

Determinar el tipo de triángulos descritos en cada ejemplo.

Ejemplo A

*Un ángulo mide  $103^\circ$  y los otros dos ángulos son ángulos agudos.*

Solución: triángulo obtuso

Ejemplo B

*Los tres ángulos tienen la misma medida.*

Solución: triángulo equilátero

Ejemplo C

*Dos de cada tres ángulos mide  $55^\circ$ .*

Solución: triángulo agudo



Una vez más aquí está el problema original.

Kevin y Jake comenzaron a examinar una escultura mientras que las chicas examinaban un cuadro. La escultura que veían los chicos estaba llena de triángulos. Mientras la observaban recordaban cómo la profesora Gilson explicó que un triángulo es una de las figuras más fuertes que hay y es por eso que vemos triángulos en construcciones.

"Piensa en un puente," le dijo Kevin a Jake. "Un puente tiene muchos triángulos dentro de él. Así es como todo permanece unido. Si no tuviéramos los triángulos la estructura podría colapsar".

"¿Y qué pasa con la escultura? ¿Crees que importe qué tipo de triángulo se utiliza?", preguntó Jake.

"No lo sé. Echemos un vistazo a los que utilizaron aquí".

Los dos chicos caminaron alrededor de la escultura y la miraron por todos lados. Había mucho de qué darse cuenta. Después de un tiempo, Jake fue el primero en hablar.

"No creo que importe qué triángulo se utiliza", dijo.

"Yo creo que sí. El isósceles tiene más sentido porque es equilibrado", dijo Kevin sonriendo.

Jake se confunde. Él no puede recordar por qué un triángulo isósceles, según Kevin, es "más equilibrado". Se detiene a pensar en esto mientras Kevin ve la siguiente escultura.

**El comentario de Kevin es un poco complicado. Se puede pensar en un triángulo isósceles como equilibrado ya que tiene dos lados iguales. Por lo tanto si nos fijamos en un triángulo isósceles veríamos equilibrio mientras que en un triángulo escaleno no lo veríamos. Para Kevin éste tipo de triángulo tiene sentido ya que sería firme, sólido y "equilibrado".**

Si se piensa en el comentario de Kevin puedes comprender la matemática detrás de las propiedades de un triángulo isósceles. Mira la escultura de nuevo. ¿Cómo son los triángulos que se utilizan en la escultura? Puedes ver otros tipos de triángulos en esta escultura? Hacer algunas notas en su cuaderno.

## Palabras Claves

### Triángulo

Una figura de tres lados y tres ángulos.

### Ángulos interiores

Los tres ángulos interiores de un **triángulo**.

### Ángulos exteriores

Los ángulos fuera de un triángulo formado por las líneas de intersección

### Triángulos agudos

Triángulos con tres ángulos menores a  $90^\circ$

### Triángulos obtusos

Triángulo con un ángulo mayor que  $90^\circ$

### Triángulo rectángulo

Un triángulo con un ángulo igual a  $90^\circ$

### Congruente

Exactamente iguales

### Triángulo equilátero

Todas las tres longitudes de los lados son las mismas

### Triángulo isósceles

Dos longitudes de los lados son la misma y una es diferente.

### Triángulo escaleno

Todas las tres longitudes de los lados son de diferentes longitudes

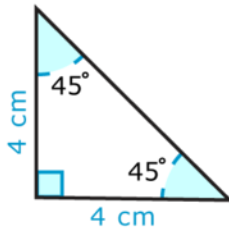
## Ejercicios Resueltos



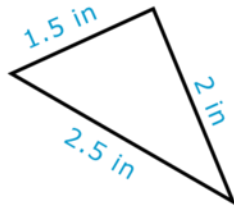
Aquí está un ejercicio para que puedas probar por tu cuenta.

¿Puede identificar los lados y ángulos de un triángulo a la vez?

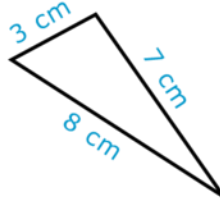
Right Isosceles



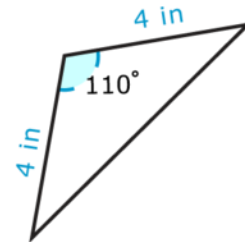
Acute Scalene



Obtuse Scalene



Obtuse Isosceles



## Respuesta

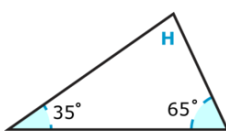
Como se puede ver el nombre identifica el triángulo según sus ángulos y el segundo grupo lo nombra por sus lados. Los triángulos equiláteros no encajan precisamente dentro de éste patrón. Ellos siempre son agudos. Esto se debe a que los tres ángulos de un triángulo equilátero miden siempre  $60^\circ$ .

Hay una cosa más que saber acerca de la clasificación de triángulos por sus ángulos y lados. También podemos decir si un triángulo es isósceles, escaleno o equilátero según sus ángulos. Cada ángulo se relaciona con el lado opuesto a él. Imagine una abertura de un libro. Cuanto más amplio lo abra mayor es la distancia entre las dos aletas. En otras palabras mientras más amplio es un ángulo más largo será el lado opuesto.

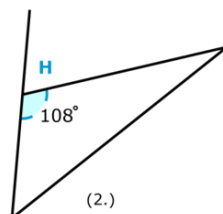
Por lo tanto podemos decir que si un triángulo tiene dos ángulos congruentes debe tener dos lados congruentes y debe ser isósceles. Si tiene tres ángulos de diferentes medidas sus partes también son todas de longitudes diferentes por lo que es escaleno. Por último un triángulo equilátero, como hemos visto, siempre tiene ángulos de  $60^\circ$  y estos ángulos son congruentes a sus lados opuestos.

## Ejercicios

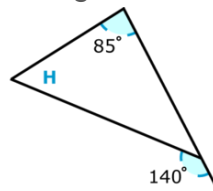
Instrucciones: Encuentra la medida del ángulo  $H$  en cada figura.



(1.)

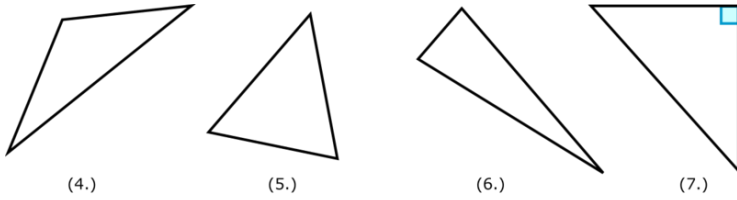


(2.)

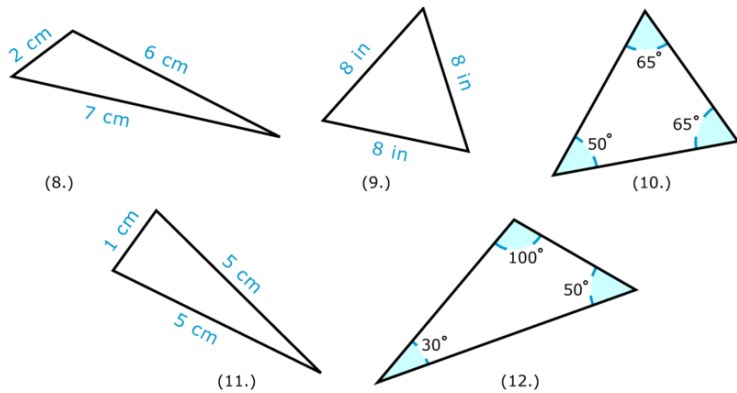


(3.)

Instrucciones: Identifique cada triángulo como rectos, agudos y obtusos.



Instrucciones: Identifique cada triángulo como equilátero, isósceles o escaleno.



Instrucciones: Usa lo que has aprendido a responder a cada pregunta.

13. Verdadero o falso. Un triángulo acutángulo o agudo tiene tres lados que son todos de diferentes longitudes.

14. Verdadero o falso. Un triángulo escaleno puede ser un triángulo agudo también.

15. Verdadero o falso. Un triángulo isósceles también puede ser un triángulo rectángulo.

16. Verdadero o falso. Un triángulo equilátero tiene tres lados iguales.

17. Verdadero o falso. Un triángulo obtuso puede tener múltiples ángulos obtusos.

18. Verdadero o falso. Un triángulo escaleno tiene tres ángulos menores a 90° grados.

19. Verdadero o falso. Un triángulo con un ángulo de  $100^\circ$  debe ser un triángulo obtuso.

20. Verdadero o falso. Los ángulos de un triángulo equilátero son también iguales en medida.