

Materia: Matemática de Séptimo

Tema: Rectas Perpendiculares

¿Qué piensas cuando te dicen que dos líneas forman un ángulo **recto**? ¿Qué terminología usarías para describir a estas líneas? Después de revisar este concepto, vas a poder entender de qué se tratan las líneas **perpendiculares**, además vas a poder aplicar las propiedades de las líneas perpendiculares para resolver problemas de ángulos desconocidos.

Marco Teórico

Dos rectas son **perpendiculares** si forman un ángulo recto o de 90° . Para cada línea y cada punto fuera de la línea, existe exactamente una línea perpendicular a la línea que pasa por el punto. Hay infinitas líneas que pasan por el punto A , pero sólo una es perpendicular a l . Recuerda que los ángulos complementarios son aquellos cuya suma es de 90° .

Construcción de una línea perpendicular, dado un punto y una línea.

1. Dibuja una línea horizontal y un punto por encima de esa línea.

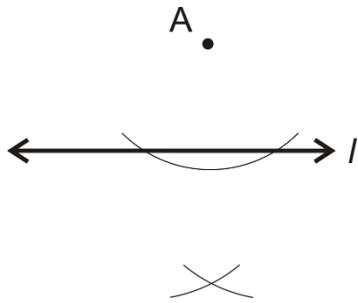
Marca la línea l y el punto A .



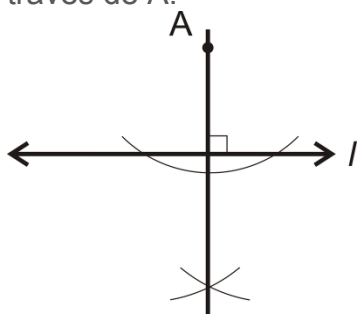
2. Coloca el puntero del compás sobre el punto A . Abre el compás para que sobrepase un poco la línea l . Dibuja un arco que intercepte la línea l dos veces.



3. Mueve el compás hacia una de las intersecciones del arco. Abre un poco y dibuja un arco por debajo de la línea. Repite el procedimiento del lado contrario, de manera que se genere una intersección nueva entre estos arcos.



4. Toma tu regla y dibuja una línea desde el punto A hasta la intersección de arco debajo de la línea. Esta línea resultante es la recta perpendicular l que pasa a través de A .

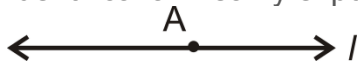


OJO: Esta no es construcción de una mediatriz, no te confundas.

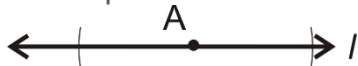
Construcción de una línea perpendicular dado un punto sobre la línea.

1. Dibuja una línea horizontal y un punto sobre la línea.

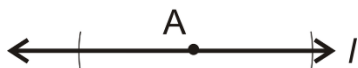
Identifica la línea l y el punto A .



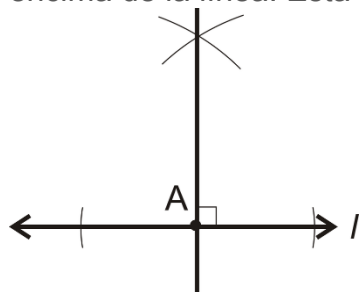
2. Coloca el puntero del compás sobre el punto A . Abre el compás, para hacer dos arcos que intersecten la línea a cada lado del punto.



3. Pon el puntero del compás en una de las intersecciones del arco. Ábrelo un poco y dibuja un arco por encima de la línea. Repite el procedimiento del lado contrario, de manera que las dos marcas se crucen.



4. Con tu regla, dibuja una línea desde el punto A hasta la intersección del arco por encima de la línea. Esta línea es perpendicular l y pasa a través del punto A.



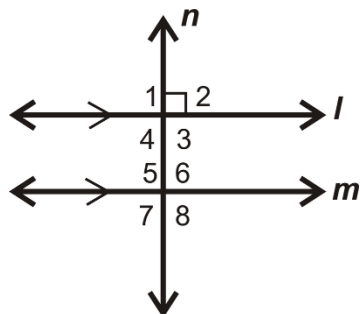
OJO: Esta no es la construcción de una mediatriz, no te confundas.

Perpendiculares y transversales

Recuerda que **cuando dos líneas se cruzan, se crean cuatro ángulos**. Si las dos rectas son perpendiculares, los cuatro ángulos son rectos, es decir cada uno mide 90° .

Si añades una línea paralela, se forman ocho ángulos. Si $l \parallel m$ y $n \perp l$, ¿Crees que $n \perp m$?

Comprobación:



Dado que: $l \parallel m$, $l \perp n$

Comprueba que: $n \perp m$

Declaración

Razón

- | | |
|---|--------------------------------------|
| 1. $l \parallel m$, $l \perp n$ | Dado |
| 2. $\angle 1$, $\angle 2$, $\angle 3$, y $\angle 4$ son ángulos rectos | Definición de líneas perpendiculares |
| 3. $m\angle 1 = 90^\circ$ | Definición de un ángulo recto |
| 4. $m\angle 1 = m\angle 5$ | Ángulos Correspondientes Postulado |
| 5. $m\angle 5 = 90^\circ$ | Por propiedad transitiva |
| 6. $m\angle 6 = m\angle 7 = 90^\circ$ | Pares lineales congruentes |
| 7. $m\angle 8 = 90^\circ$ | Teorema del ángulo vertical |

Declaración**Razón**8. $\angle 5$, $\angle 6$, $\angle 7$, y $\angle 8$ son ángulos rectos

Definición de ángulo recto

9. $n \perp m$

Definición de líneas perpendiculares

Teorema # 1: Si dos líneas son paralelas y una tercera línea es perpendicular a una de las líneas paralelas, entonces dicha línea también es perpendicular a la otra línea paralela.

O, si $l \parallel m$ y $l \perp n$, entonces, $n \perp m$.

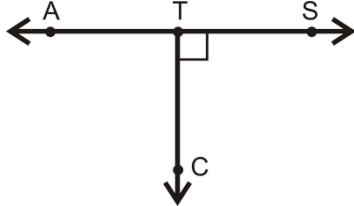
Teorema # 2: Si dos líneas son perpendiculares a la misma línea, entonces son paralelas entre sí.

O, si $l \perp n$ y $n \perp m$, entonces, $l \parallel m$.

A partir de estos dos teoremas, podemos asumir que cualquier ángulo formado por dos líneas paralelas y perpendiculares transversal será siempre de 90° .

Ejemplo A

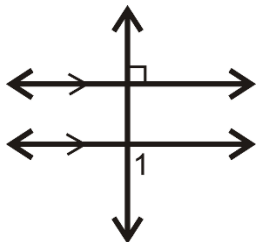
Encuentra la medida del ángulo m . Donde $m\angle CTA$.



Podemos observar que hay dos ángulos. Además, por la forma del ángulo recto, sabemos que $\angle STC$ mide 90° . Así que, $m\angle STC = 90^\circ$. Por lo tanto, $m\angle CTA$ también es 90°

Ejemplo B

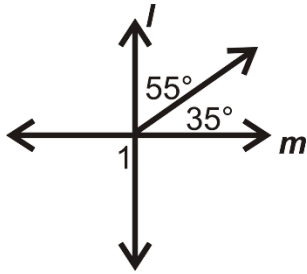
Determina la medida de $\angle 1$.



Según el teorema # 1, sabemos que la línea paralela inferior es también perpendicular a la transversal. Por lo tanto, $m\angle 1 = 90^\circ$.

Ejemplo C

Buscar $m\angle 1$.



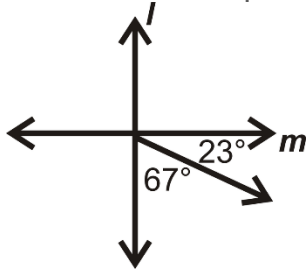
La suma de los ángulos adyacentes es de 90° , entonces $l \perp m$. Por lo tanto, $m\angle 1 = 90^\circ$.

Palabras clave

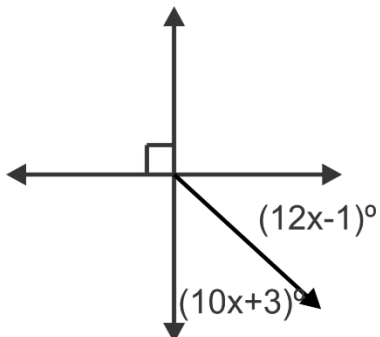
Dos rectas son *perpendiculares* si forman un ángulo recto o de 90° .

Ejercicios resueltos

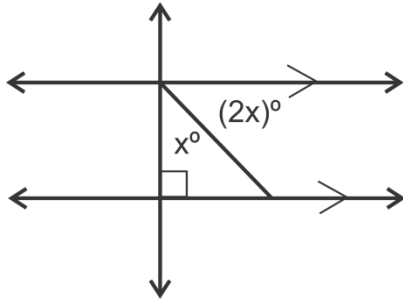
1. Es $l \perp m$? Explica por qué.



2. Encuentra el valor de x .



3. Encuentra el valor de x .



Respuestas:

1. Si sumas los ángulos adyacentes, obtienes 90° , de esto concluyes que l y m son perpendiculares.

$$23^\circ + 67^\circ = 90^\circ. \text{ Así que } l \perp m.$$

2. Dado que ambos ángulos forman un ángulo recto, puedes hacer una ecuación y despejar x .

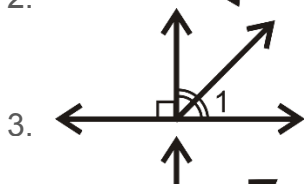
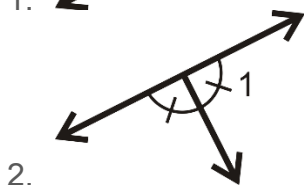
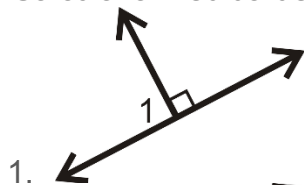
$$(12x - 1)^\circ + (10x + 3)^\circ = 90^\circ \text{ así } x = 4^\circ.$$

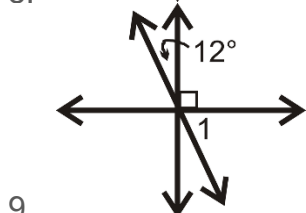
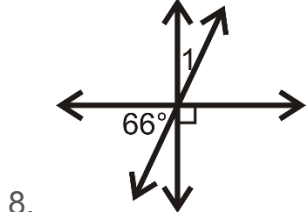
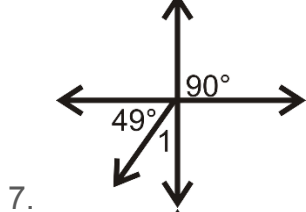
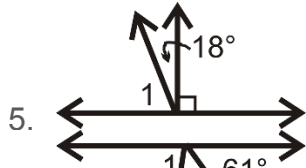
3. Como los dos ángulos hacen un ángulo recto. Puedes establecer una ecuación y despejar x .

$$(2x)^\circ + x^\circ = 90^\circ \text{ así } x = 30^\circ.$$

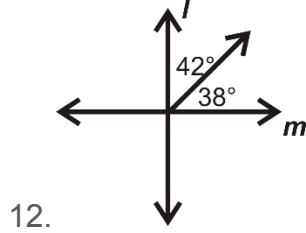
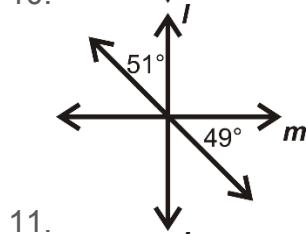
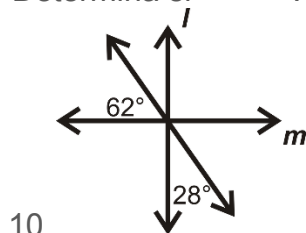
Ejercicios

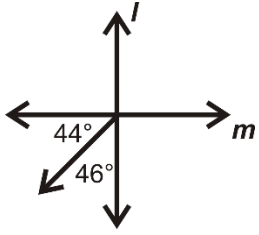
Calcula la medida de $\angle 1$ cada problema más adelante.





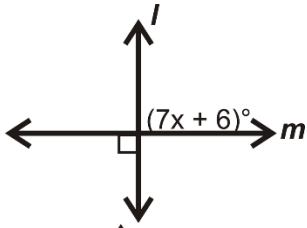
Determina si $l \perp m$. Preguntas 10-13



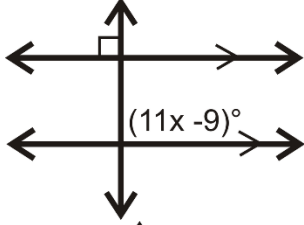


13.

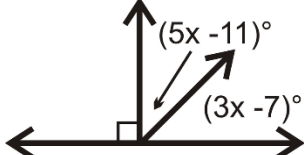
Encuentra el valor de x .



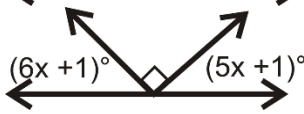
14.



15.



16.



17.