Materia: Matemática de Tercer Año

Tema: Pendiente

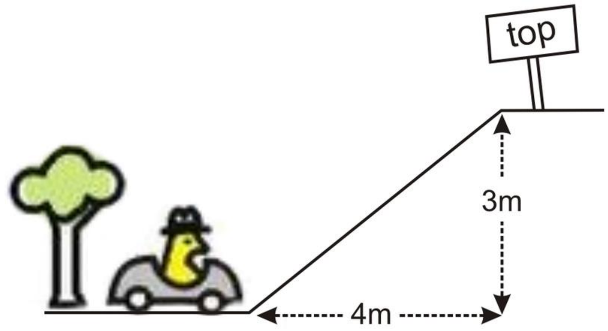
Suponga que tiene un avión de juguete sobre el despegue, que se eleva 5 pies por cada 6 metros que recorre a lo largo de la horizontal. ¿Cuál sería la pendiente de su ascenso? ¿Sería un valor positivo o un valor negativo? En esta guía, usted aprenderá cómo determinar la pendiente de una línea a través del análisis y el cambio vertical cambio horizontal, de modo que usted puede manejar problemas como éste.

Marco Teórico

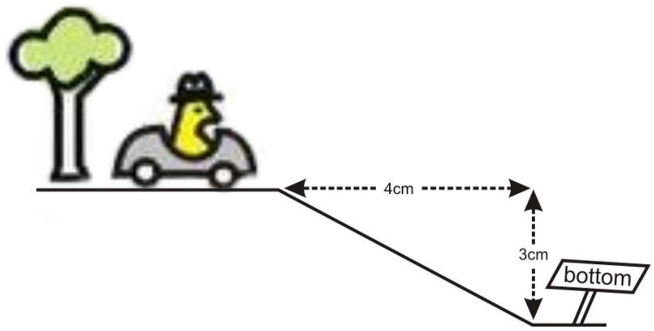
El paso de un techo, la inclinación de una escalera contra una pared, la pendiente de la carretera, e incluso su caminadora inclinada, son ejemplos de la pendiente.
La **pendiente** de una recta mide su pendiente (negativa o positiva).

Por ejemplo, si alguna vez ha conducido a través de una cadena de montañas, puedes haber visto un cartel que decía: "10% de inclinación." El porcentaje se explica cómo la pendiente es pronunciada. Usted probablemente ha visto esto en una cinta de correr demasiado. La inclinación en una cinta mide la empinada usted está caminando cuesta arriba. A continuación se muestra una definición más formal de la pendiente.
La **pendiente** de una línea es el cambio vertical dividido por el cambio horizontal.

En la figura siguiente, un coche empieza a subir por una colina. La altura de la colina es de 3 metros y la longitud de la colina es de 4 metros. Usando esta definición, la pendiente de la colina se puede escribir como $\frac{3\ meters}{4\ meters} = \frac{3}{4}$. Porque $\frac{3}{4} = 75\%$, podemos decir que este cerro tiene una pendiente positiva 75%.



Del mismo modo, si el coche empieza a descender *por* una colina, todavía se puede determinar la pendiente.

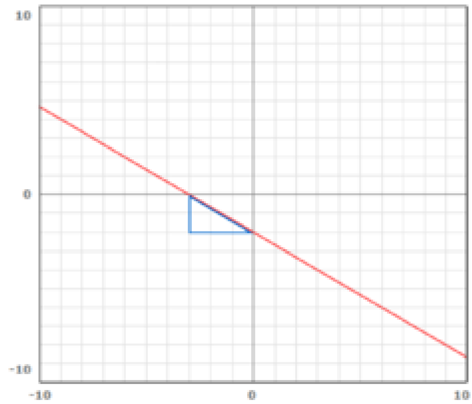


$$Slope = \frac{vertical\ change}{horizontal\ change} = \frac{-3}{4}$$

La pendiente en este caso es negativa debido a que el coche está viajando cuesta abajo.

Otra forma de pensar de la pendiente es: $slope = \frac{rise}{run}$.
Al graficar una ecuación, la pendiente es una herramienta muy poderosa. Proporciona las instrucciones sobre cómo llegar de un par ordenado a otro. Para determinar la pendiente, es útil para dibujar una ***pendiente-triángulo***.

Usando el siguiente gráfico, elegir dos pares ordenados que tienen valores enteros tales como (-3, 0) y (0, -2). Ahora dibuja en el triángulo de pendiente mediante la conexión de estos dos puntos, como se muestra.



El lado vertical del triángulo representa el *aumento* de la línea y el tramo horizontal del triángulo representa el *funcionamiento* de la línea. Una tercera forma de representar la pendiente es:

$$slope = \frac{rise}{run}$$

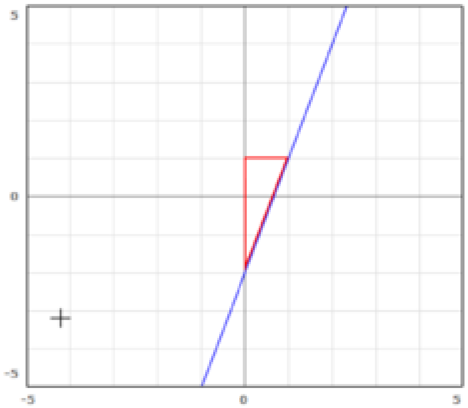
A partir de la izquierda-la mayoría de las coordenadas, cuente el número de unidades verticales y unidades horizontales que se tardó en llegar a la más a la derecha de coordenadas.

$$slope = \frac{rise}{run} = \frac{-2}{+3} = -\frac{2}{3}$$

Ejemplo A

Encuentre la pendiente de la línea graficada a continuación.

Solución: Comience por encontrar dos pares de pares ordenados de números enteros (1, 1)*y* (0, -2).



Dibuje en el triángulo de pendiente.

Cuente el número de unidades verticales para llegar desde el par ordenado izquierda a la derecha.

Cuente el número de unidades horizontales para llegar desde el par ordenado izquierda a la derecha.

$$Slope = \frac{rise}{run} = \frac{+3}{+1} = \frac{3}{1}$$

Una forma más algebraica para determinar una pendiente es mediante el uso de una fórmula. La fórmula para la pendiente es:

La pendiente entre dos puntos (x_1, y_1)y (x_2, y_2)es: $slope = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$.

(x_1, y_1)representa uno de los dos pares ordenados y (x_2, y_2)representa la otra. El ejemplo siguiente ayuda a mostrar esta fórmula.

Ejemplo B

Usando la fórmula de la pendiente, determinar la pendiente de la ecuación representada gráficamente en el Ejemplo A.

Solución: Utilice los pares ordenados de enteros utilizados para formar el triángulo de pendiente (1, 1) *y* (0, -2). Puesto que (1, 1) se escribe primero, se le puede llamar (x_1, y_1). Eso significa $(0, -2) = (x_2, y_2)$

Utilice la siguiente fórmula: $slope = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{-2-1}{0-1} = \frac{-3}{-1} = \frac{3}{1}$

Como puede ver, la pendiente es la misma independientemente del método que utilice. Si los pares ordenados son fraccionados o están muy distantes, es más fácil utilizar la fórmula que a dibujar un triángulo de pendiente.

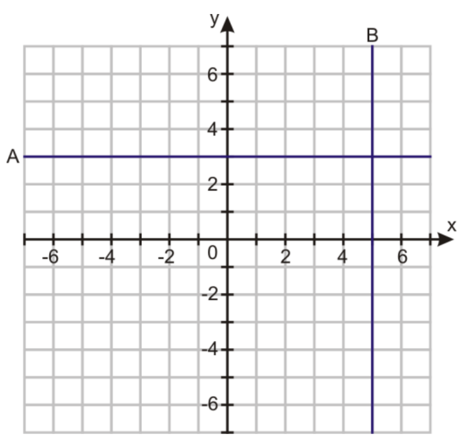
Tipos de pendientes

Las pendientes son de cuatro tipos diferentes: negativo, cero positivo y definido. El primer gráfico de este concepto tenía una pendiente negativa. El segundo gráfico tenía una pendiente positiva. Laderas con pendientes cero son líneas sin ninguna inclinación, y pendientes por definir, no se pueden calcular.

Cualquier línea con una pendiente de cero será una **horizontal** recta con ecuación $y = some\ number$.

Cualquier línea con una pendiente indefinida será una **vertical de** acuerdo con la ecuación $x = some\ number$.

Vamos a utilizar los próximos dos gráficos para ilustrar las definiciones anteriores.



Ejemplo C

Para determinar la pendiente de *la línea* A , es necesario encontrar dos pares ordenados con valores enteros.

(-4, 3) *y* (1, 3). Elija una par ordenado para representar (x_1, y_1)y el otro para representar (x_2, y_2).

Ahora aplica la fórmula: $slope = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{3-3}{1-(-4)} = \frac{0}{1+4} = 0$.

Para determinar la pendiente de *la línea* B , es necesario encontrar dos pares ordenados en esta línea con valores enteros y aplicar la fórmula.

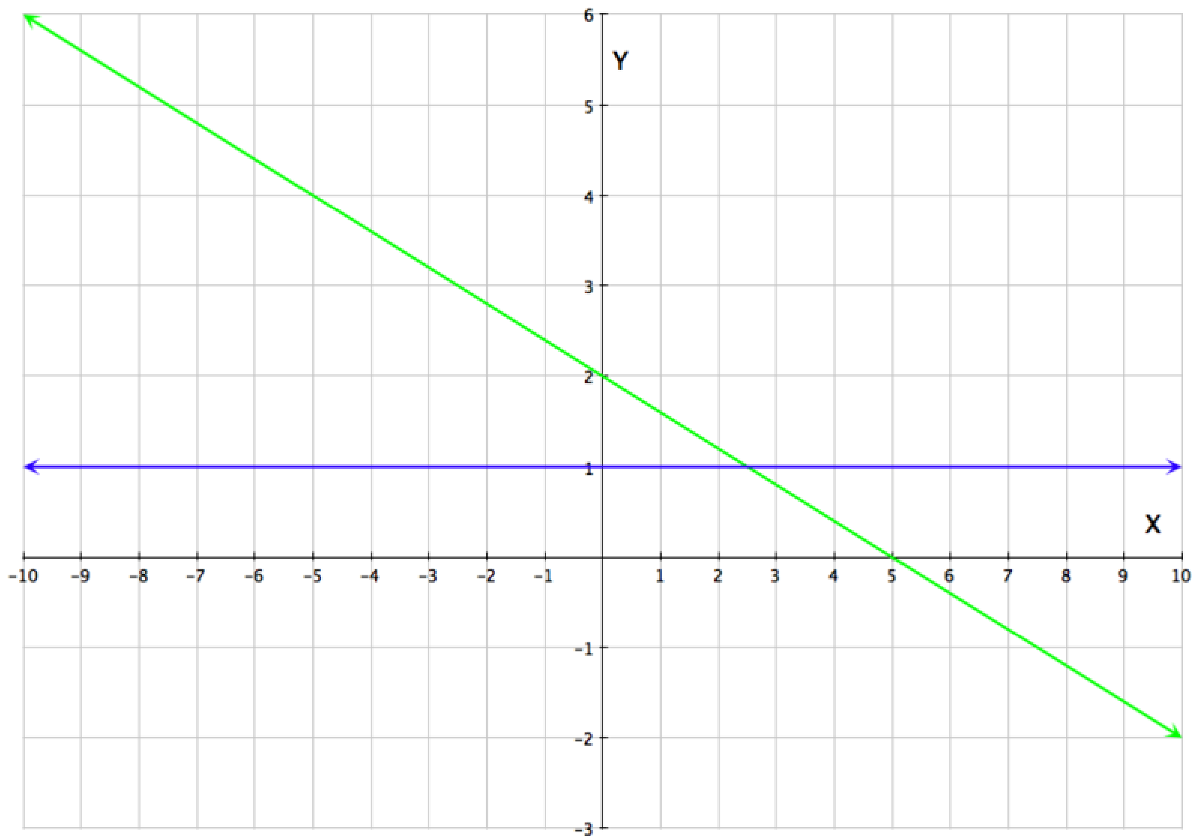
(5, 1) *y* (5, -6)

$$slope = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{-6 - 1}{5 - 5} = \frac{-7}{0} = Undefined$$

No se puede dividir por cero, por lo que la pendiente de *la línea* B no puede ser determinado y se llama **indefinido**.

Ejercicios Resueltos

Encuentre la pendiente de cada línea en el siguiente gráfico:



Solución:

Para cada línea, identifique dos pares de coordenadas en la línea y utilícelos para calcular la pendiente.

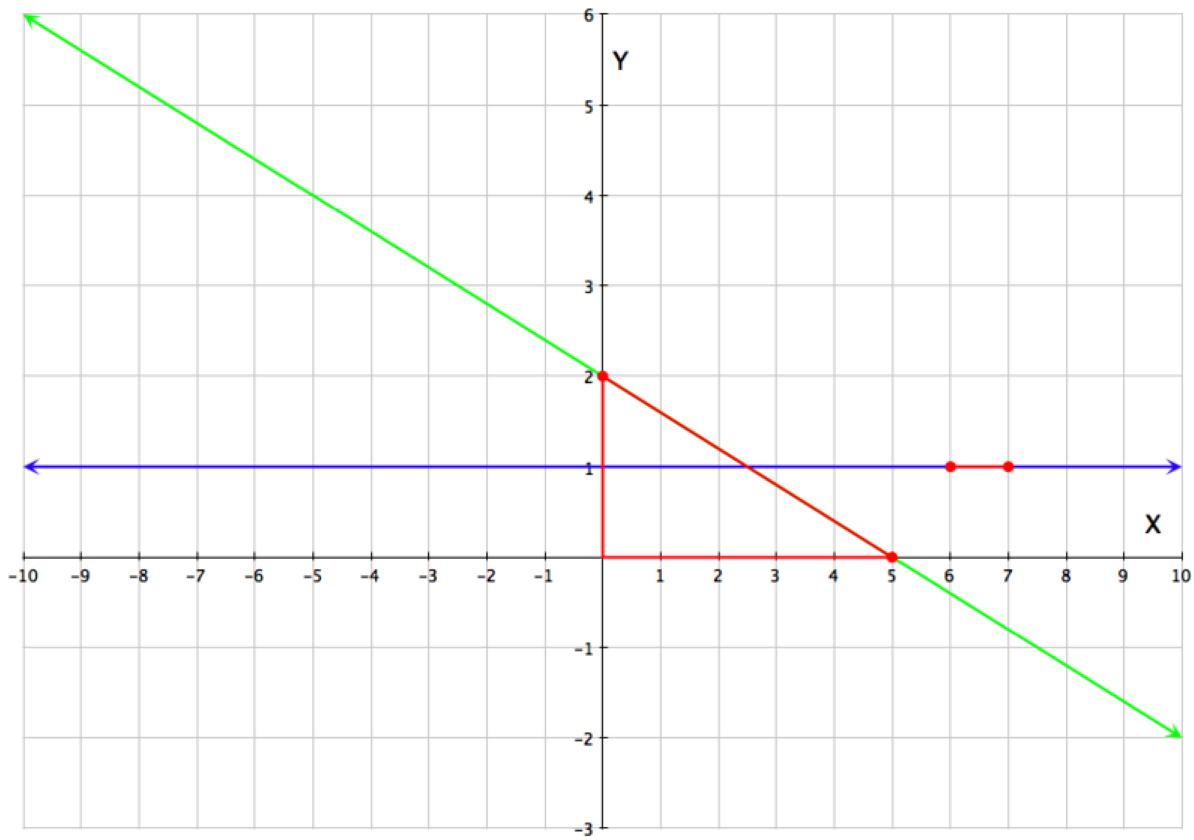
Para la línea verde, una opción es $(0, 2)$y $(5, 0)$. Esto se traduce en una pendiente de:

$$\text{slope} = \frac{0-2}{5-0} = -\frac{2}{5}$$

Para la línea azul, una opción es $(6, 1)$y $(7, 1)$. Esto se traduce en una pendiente de:

$$\text{slope} = \frac{1-1}{7-6} = \frac{0}{1} = 0$$

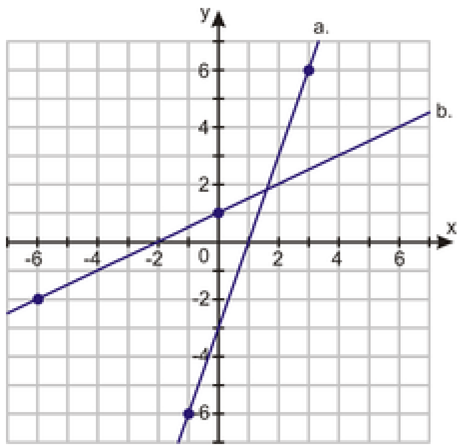
Las pistas se pueden ver en este gráfico:

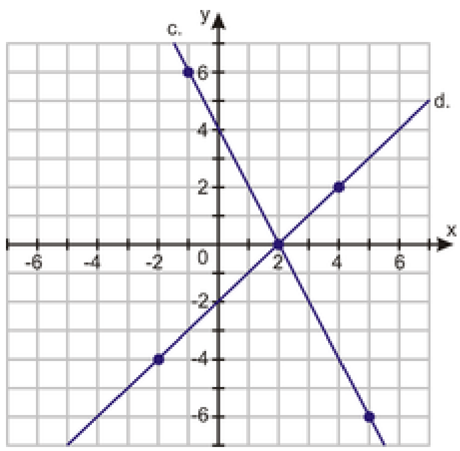


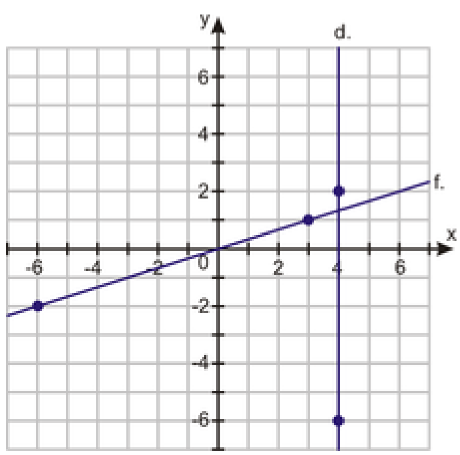
Ejercicios

1. Definir *la pendiente* .
2. Describir los dos métodos utilizados para calcular la pendiente. ¿Con cuál prefieres y por qué?
3. ¿Cuál es la pendiente de las líneas verticales? ¿Por qué es esto cierto?
4. ¿Cuál es la pendiente de todas las líneas horizontales? ¿Por qué es esto cierto?

Utilizando las coordenadas graficada, encontrar la pendiente de cada línea.

6. 

7. 

8. 

En 9-21, encontrar la pendiente entre los dos puntos dados.

9. (-5, 7) y (0, 0)
10. (-3, -5) Y (3, 11)
11. (3, -5) y (-2, 9)

12. (-5, 7) y (-5, 11)
13. (9, 9) y (-9, -9)
14. (3, 5) y (-2, 7)
15. $\left(\frac{1}{2}, \frac{3}{4}\right)$ y (-2, 6)
16. (-2, 3) y (4, 8)
17. (-17, 11) y (4, 11)
18. (31, 2) y (31, -19)
19. (0, -3) y (3, -1)
20. (2, 7) y (7, 2)
21. (0, 0) y $\left(\frac{2}{3}, \frac{1}{4}\right)$
22. Determinar la pendiente de $y = 16$.
23. Determinar la pendiente de $x = -99$.