

Materia: Matemática de Séptimo

Tema: Cálculo de Volumen

¿Y si te dieran dos cubos similares y te preguntan cuál es el factor de escala de sus caras? ¿Cómo encontrarías sus áreas de superficie y sus volúmenes? Después de completar éste concepto serás capaz de utilizar la Formula de Superficie de Área y la Fórmula de Volumen para resolver problemas como éste.

Marco Teórico

Dos formas son similares siempre y cuando todos sus ángulos sean congruentes y todos sus lados proporcionales. **Dos sólidos son similares** si son el mismo tipo de sólido y si sus correspondientes radios, alturas, longitudes de base y anchuras sean proporcionales.

Superficies de Sólidos similares:

En dos dimensiones, cuando dos formas son similares, la relación de sus áreas es el factor de escala al cuadrado. Ésta misma relación se mantiene en tres dimensiones también.

Fórmula de Superficie de Área: Si dos sólidos son similares con un factor de escala de $\frac{a}{b}$ entonces las áreas de superficie están en una relación de $\left(\frac{a}{b}\right)^2$.

Los volúmenes de sólidos semejantes:

Al igual que el área de superficie el volumen de sólidos similares tienen una relación con el factor de escala.

Fórmula de volumen: Si dos sólidos son similares con un factor de escala de entonces sus volúmenes se encuentran en una proporción de $\left(\frac{a}{b}\right)^3$.

Resumen

	<i>Ratios</i>	<i>Unidades</i>
Factor de Escala	$\frac{a}{b}$	pulg, pies, cm, m, etc
Fórmula de Superficie de Áreas	$\left(\frac{a}{b}\right)^2$	in^2, ft^2, cm^2, m^2 , Etc

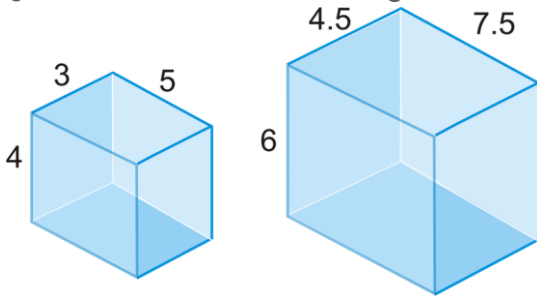
Ratios **Unidades**

Fórmula de volumen

$$\left(\frac{a}{b}\right)^3 \quad in^3, ft^3, cm^3, m^3, \text{ Etc}$$

Ejemplo A

¿Son los dos cubos rectangulares similar? ¿Cómo lo sabes?



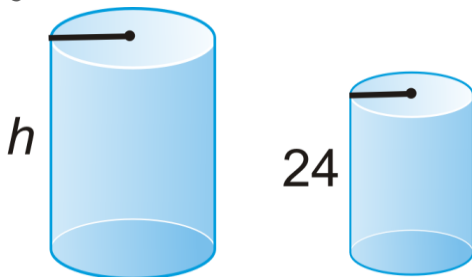
Compara las alturas, anchos y longitudes correspondientes.

$$\frac{\text{small prism}}{\text{large prism}} : \frac{3}{4.5} = \frac{4}{6} = \frac{5}{7.5}$$

La relación entre los números de ambas nos indican que los dos cubos son similares.

Ejemplo B

Dos cilindros similares se encuentran abajo. Si la relación de las áreas es 16:25, ¿Cuál es la altura del cilindro más alto?



En primer lugar tenemos que tomar la raíz cuadrada de la relación de área para

encontrar el factor de escala $\sqrt{\frac{16}{25}} = \frac{4}{5}$. Establezca una ecuación para encontrar h .

$$\frac{4}{5} = \frac{24}{h}$$

$$4h = 120$$

$$h = 30 \text{ units}$$

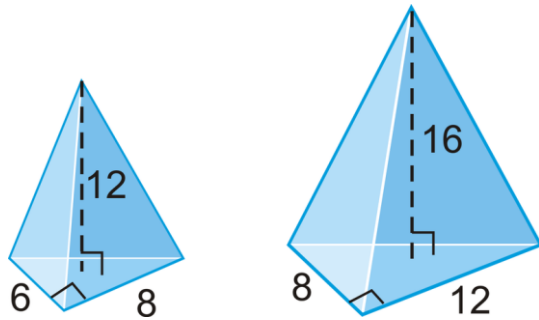
Ejemplo C

Dos esferas tienen radios con una relación de 03:04. ¿Cuál es la relación de sus volúmenes?

Si elevamos al cubo a 3 y 4 tendremos los volúmenes. $3^3 : 4^3 = 27 : 64$.

Ejercicios Resueltos

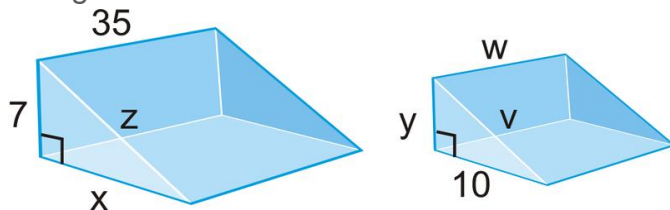
1. Determinar si las dos pirámides son similares.



2. Utilizando los cilindros del Ejemplo B, si el área del cilindro pequeño es $1536\pi \text{ cm}^2$ ¿Cuál será el área del cilindro grande?

3. Si la relación o razón de los volúmenes de dos cubos similares es 125:8, ¿Cuál es el factor de escala?

4. A continuación se presentan dos prismas triangulares son similares. Si la relación de sus volúmenes es 343:125, encontrar los lados que faltan en ambos triángulos.



Respuestas:

1. Empareja las partes correspondientes.

$$\frac{6}{8} = \frac{3}{4} = \frac{12}{16} \quad \text{Sin embargo} \quad \frac{8}{12} = \frac{2}{3}$$

Estas pirámides no son similares.

2. Establece una ecuación con la relación de las áreas 16:25.

$$\frac{16}{25} = \frac{1536\pi}{A}$$

$$16A = 38,400\pi$$

$$A = 2400\pi \text{ cm}^2$$

3. Saca la **raíz cúbica** de 125 y 8 para encontrar el factor de escala.

$$\sqrt[3]{125} : \sqrt[3]{8} = 5 : 2$$

4. El factor de escala es 7:5, la raíz cúbica de 343:125. Ahora con el factor de escala podemos hacer varias ecuaciones para resolver el problema.

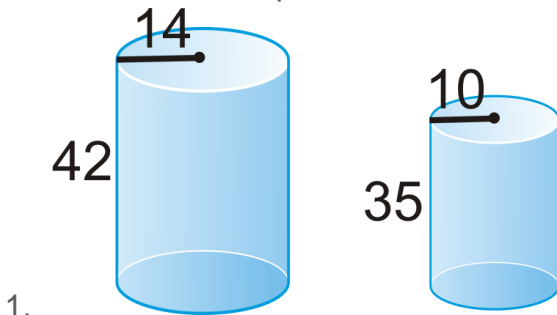
$$\frac{7}{5} = \frac{7}{y} \quad \frac{7}{5} = \frac{x}{10} \quad \frac{7}{5} = \frac{35}{w} \quad 7^2 + x^2 = z^2 \quad \frac{7}{5} = \frac{z}{v}$$

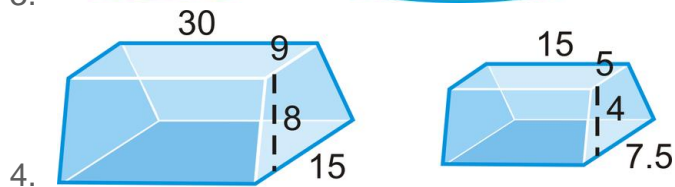
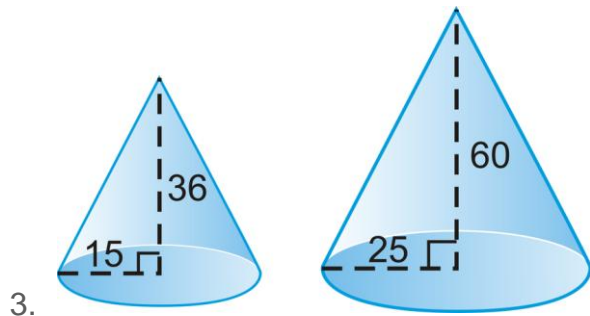
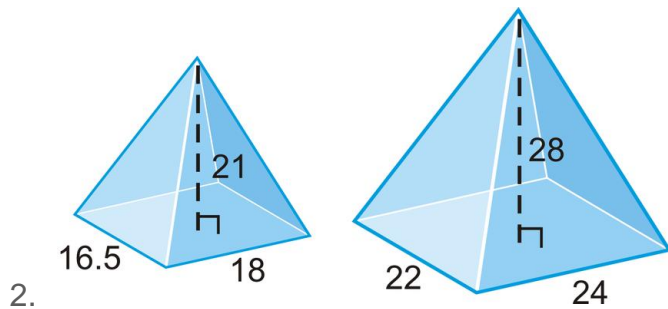
$$y = 5 \quad x = 14 \quad w = 25 \quad 7^2 + 14^2 = z^2$$

$$z = \sqrt{245} = 7\sqrt{5} \quad \frac{7}{5} = \frac{7\sqrt{5}}{v} \rightarrow v = 5\sqrt{5}$$

Ejercicios

Determina si cada par de sólidos son similares entre sí.

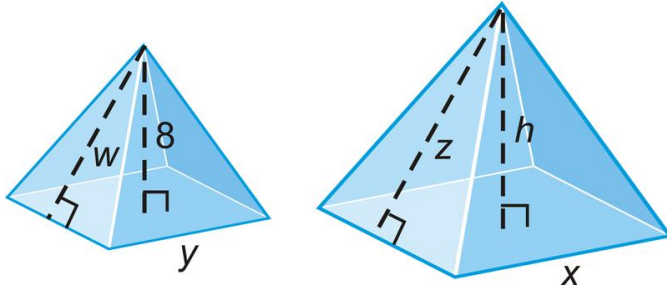




5. ¿Son todos los cubos similar? ¿Por qué o por qué no?
6. Dos prismas tienen un factor de escala de 1:04. ¿Cuál es la relación o razón de sus áreas de superficie?
7. Dos pirámides tienen un factor de escala de 2:07. ¿Cuál es la relación de sus volúmenes?
8. Dos esferas tienen radios de 5 y 9. ¿Cuál es la relación de sus volúmenes?
9. El área de superficie de dos conos similares está en una relación de 64:121. ¿Cuál es el factor de escala?
10. El volumen de los dos hemisferios se encuentra en una proporción de 125:1728. ¿Cuál es el factor de escala?
11. Un cono tiene un volumen de 15π y es similar a otro cono más grande. Si el factor de escala es 5:9, ¿cuál es el volumen del cono más grande?
12. La relación de los volúmenes de dos pirámides similares es 8:27. ¿Cuál es la razón total de sus áreas?
13. La relación de los volúmenes de dos tetraedros es de 1000:1. El más pequeño de ellos tiene un lado de longitud de 6 cm. ¿Cuál es la longitud del lado del tetraedro grande?

14. La relación de las áreas de dos cubos es 64:225. ¿Cuál es la relación de sus volúmenes?

A continuación se presentan dos pirámides similares con una relación en volumen de 08:27. Las longitudes de base son iguales a sus alturas. Usa esto para responder a las preguntas 15-18.



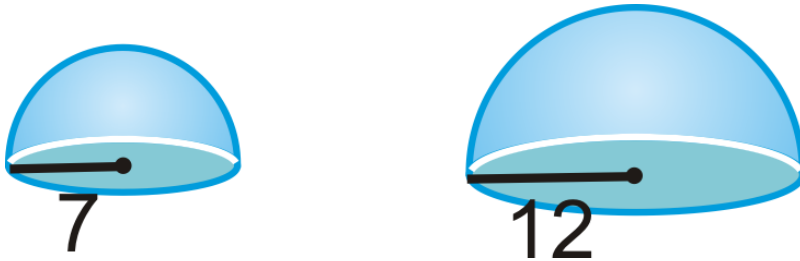
15. ¿Cuál es el factor de escala?

16. ¿Cuál es la relación de las áreas?

17. Encuentra h , x y y .

18. Calcula el volumen de ambas pirámides.

Utiliza los hemisferios de abajo para responder a las preguntas 19-20.



19. Son los dos hemisferios similar? ¿Cómo lo sabes?

20. Encontrar la relación de las áreas superficiales y volúmenes.

21. La relación de las áreas superficiales de dos cilindros similares es 16:81. ¿Cuál es la relación de los volúmenes?