

CONGRUENCIA



La señora Miriam llevó a un pequeño grupo de estudiantes a ver estas baldosas que estaban en uno de los pasillos del museo de arte.

"Vean chicos, hay matemáticas hasta en el suelo." Dijo sonriendo. La señora Miriam es una de esas profesoras que le encanta señalar donde se pueden ver las matemáticas.

"Está bien, lo entiendo." Comenzó Juan. "Veo los cuadrados."

"Hay mucho más que solo cuadrados Juan." Dijo la señora Miriam con una gran sonrisa en su rostro.

"Me frustra a veces." Susurró Carolina mirando al suelo. "¿Dónde está la matemática además de los cuadrados?"

"Creo que ella está hablando sobre el tamaño de los cuadrados." Dijo Ana. "Fíjate que hay tamaños diferentes."

"En realidad hay tres tamaños diferentes y quizás hayan más que aún no veo." Dijo Juan.

"¿Recuerdas cuando aprendimos a comparar figuras que eran iguales o diferentes? Tenía que ver con las proporciones o algo por el estilo." Dijo Ana.

Los tres estudiantes dejaron de hablar y siguieron observando el suelo.

"Oh si, figuras congruentes y similares. ¿Pero con cuales empezamos?" Preguntó Carolina.

"Vamos a empezar con las congruentes." Dijo Ana.

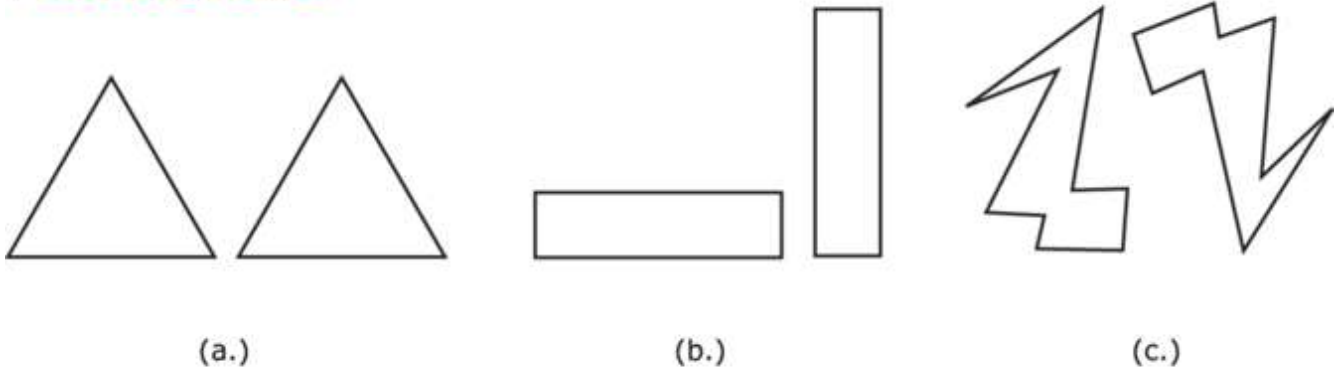
¿Cuáles de las figuras del suelo son congruentes? Al finalizar esta lección serás capaz de observar el suelo de nuevo y reconocer las figuras congruentes en él.

La palabra **congruente** significa "**exactamente lo mismo**". A veces verás este símbolo: \cong .

En esta lección vas a utilizar la palabra **congruente** para **comparar** figuras.

Las figuras congruentes tienen exactamente el mismo tamaño y forma. Tienen lados y ángulos iguales. Observa algunos pares de figuras congruentes.

Pares congruentes



Compara los pares de figuras. ¡Son exactamente iguales! Si no estás seguro, imagina que puedes cortar una de las figuras y colocarla encima de la otra. Si coinciden exactamente, son congruentes.

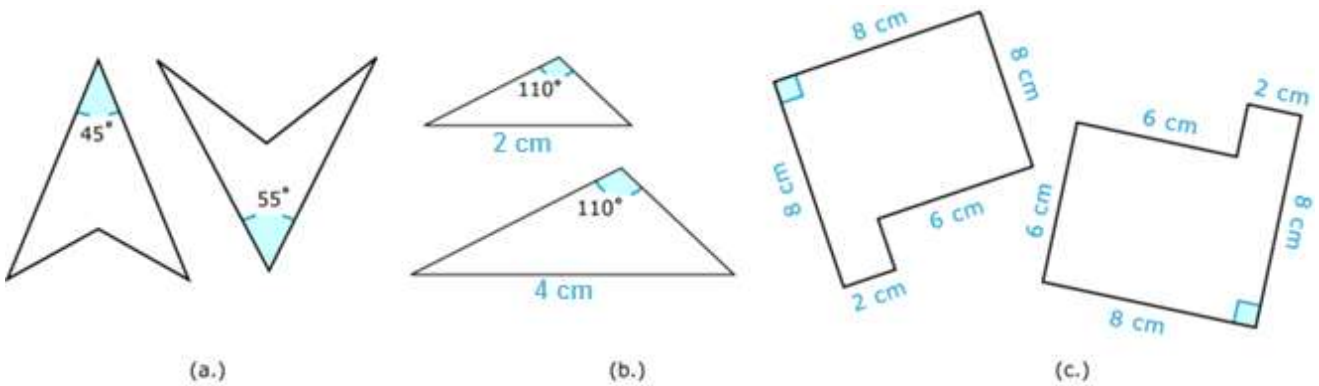
¿Cómo puedes reconocer si existe congruencia?

Para saber si dos figuras son congruentes compara primero los lados y luego los ángulos que forman los distintos lados. Si los lados son iguales y los ángulos también, las figuras son congruentes. Normalmente a los ángulos o lados que corresponden cada par de figura se les conoce como ángulo correspondiente o lado correspondiente.

Reconozcamos algunas figuras congruentes.

¿Cuál par de figuras es congruente?

Analiza cada par por separado para identificar los lados y ángulos correspondientes.

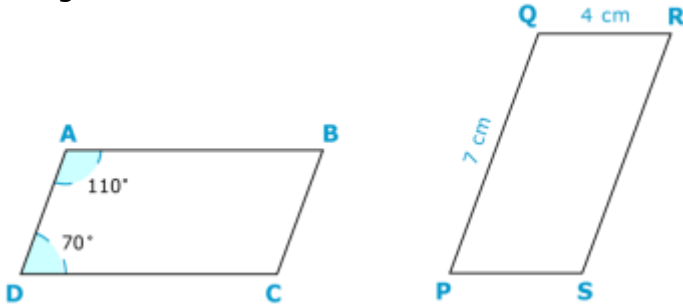


Comienza con el par "a". A simple vista parecieran ser congruentes, pero si rotas la segunda figura 180 grados puedes verlo mejor. Si observas bien, los ángulos de la punta de la flecha no son iguales. **Por lo tanto las figuras no son congruentes.**

Sigue con el par "b". Fíjate bien, las figuras parecen ser exactamente iguales. Pero no es así, ¿Ves alguna diferencia en los tamaños? ¡Pues sí! Uno de los lados de los triángulos no es igual. **Por lo tanto las figuras no son congruentes.**

Sigue por último con el par "c". Si comparas todos los lados y ángulos de ambas figuras te das cuenta que son exactamente iguales. Solo es cuestión de rotar un poco una de las figuras para observar mejor y corresponder cada lado y ángulo. **Por lo tanto las figuras son congruentes.**

Sabes que las figuras congruentes tienen exactamente los mismos ángulos y lados. Eso significa que puedes utilizar la información que tienes acerca de una figura en un par de figuras congruentes para encontrar la medida de un ángulo correspondiente o de un lado en la otra figura. Ve cómo funciona esto. Echa un vistazo al siguiente par de figuras congruentes.



Te han dicho que estos dos paralelogramos son congruentes.

¿Puedes encontrar las partes correspondientes?

Si no es así, toma uno de los paralelogramos, rótalos y colócalo encima del otro hasta que correspondan.

¿Qué lados y ángulos corresponden?

Puedes ver que el lado AB corresponde a PQ . Debido a que son congruentes escribe:

$$AB \cong PQ.$$

Se llaman **elementos homólogos** entre las figuras congruentes, a los puntos y elementos coincidentes o correspondientes.

¿Qué otros lados son congruentes u homólogos? Escribe todos los lados congruentes.

$$AB \cong PQ$$

$$BC \cong QR$$

$$AD \cong PS$$

$$DC \cong SR$$

También puedes escribir los ángulos correspondientes u homólogos.

$$\angle A \cong \angle P$$

$$\angle D \cong \angle S$$

$$\angle B \cong \angle Q$$

$$\angle C \cong \angle R$$

Ahora que sabes todas las correspondencias de las figuras puedes unir esos datos para conseguir otro. ¿Puedes conseguir la longitud del lado AB ?

No sabes la longitud de AB . Sin embargo, sí sabes que es congruente con PQ por lo que significa que AB mide 7cm igual que PQ .

Ahora echa un vistazo a los ángulos. ¿Puedes encontrar la medida de $\angle C$?

Corresponde a $\angle R$, pero no sabes la medida de $\angle R$ tampoco. Bueno, sí sabes las medidas de dos de los ángulos en el primer paralelogramo: 70° y 110° . Si tuvieras tres, podrías restarle la suma a 360° para encontrar el cuarto, ya que todos los cuadriláteros tienen ángulos que suman 360° . No sabes la medida de $\angle B$ pero sabes que su ángulo correspondiente es $\angle Q$. Estos dos ángulos son congruentes, así que sabes que $\angle B$ mide 70° al igual que $\angle Q$. Ahora sabes tres de los ángulos de ambas figuras y puedes proceder a la resta para encontrar $\angle C$.

$$360 - (70 + 110 + 70) = \angle C$$

$$360 - 250 = \angle C$$

$$110^\circ = \angle C$$

Has sido capaz de combinar la información dada de ambas figuras porque sabías que eran congruentes.



Sí, y mientras más trabajes con rompecabezas como este más fácil se te hará.

Observa algunos ejemplos teóricos.

Ejemplo A

Verdadero o falso. Las figuras congruentes tienen el mismo número de lados y ángulos.

Respuesta: Verdadero

Ejemplo B

Verdadero o falso. Las figuras congruentes pueden tener un par de ángulos con la misma medida pero no todos los ángulos tienen la misma medida.

Respuesta: Falso

Ejemplo C

Verdadero o falso. Las figuras congruentes pueden ser de diferentes tamaños siempre y cuando las medidas de los ángulos sean iguales.

Respuesta: Falso

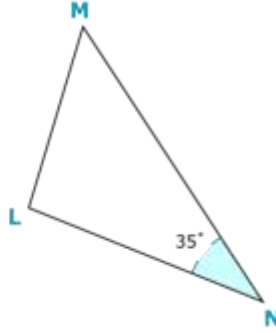
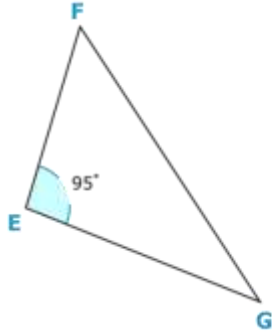
Problema dado al principio de la lección

Las figuras congruentes son **exactamente iguales**. Puedes decir que los cuadrados pequeños de color marrón oscuro son congruentes porque son iguales. Ellos tienen las mismas longitudes de lados y medidas de ángulos. ¿Cuáles de los otros cuadrados son congruentes?

Toma nota de las figuras congruentes que puedas encontrar en la figura y compártela con tus amigos a ver si ellos consiguieron otras.

EJERCICIOS RESUELTOS

1. ¿Cuál es la medida de $\angle M$?



Puedes utilizar un concepto que deberías saber para resolver este problema. Recuerda que la suma de todos los ángulos de un triángulo es igual a 180 grados. Fíjate primero que los triángulos son congruentes. Sabes también dos de los tres ángulos de los triángulos, por lo que puedes aplicar la suma.

Escribe una ecuación.

$$95 + 35 + x = 180$$

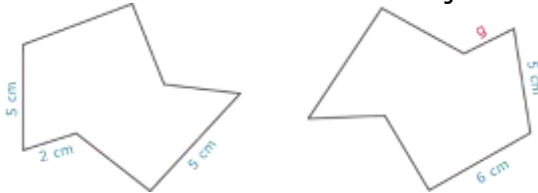
Resuélves y encuentras la medida del ángulo faltante.

$$130 + x = 180$$

$$x = 50$$

Respuesta: La medida del ángulo que falta es 50° .

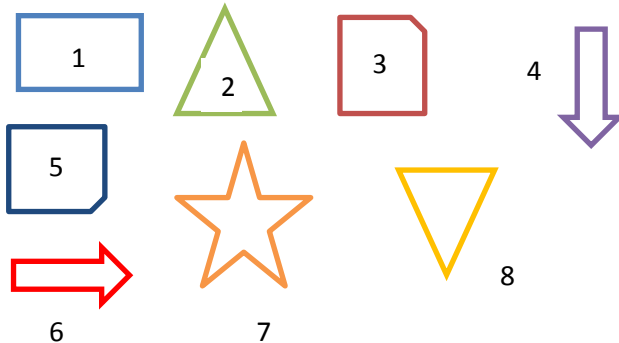
2. Utiliza las relaciones entre las siguientes figuras congruentes para encontrar la medida de g . Muestra tu trabajo.



Al comparar las dos figuras puedes ver que $g=2\text{cm}$

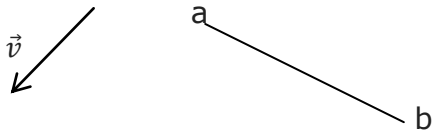
Respuesta: $g = 2\text{cm}$

3. Señala las figuras congruentes

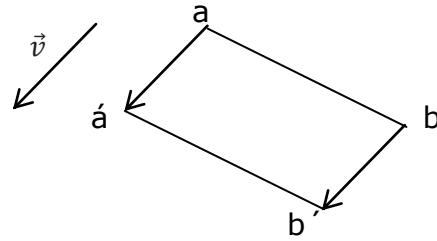


Respuesta: Son congruentes las figuras 2 y 8, y las figuras 4 y 6

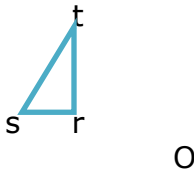
4. Dado el segmento \overline{ab} dibuja su homólogo mediante la traslación según el vector \vec{v}



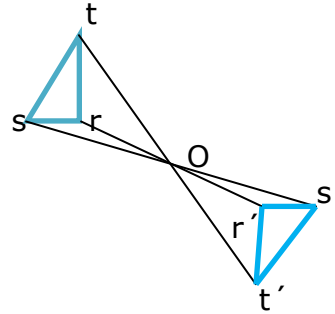
Respuesta:



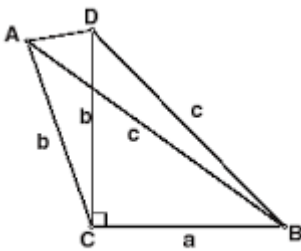
5. Dado el triángulo rst dibuja su homólogo mediante la rotación de 180° alrededor del punto O



Respuesta:



6. En la siguiente figura hay tres triángulos identifícalos e indica los lados congruentes.



Respuesta:

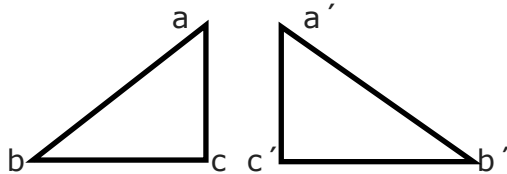
Los triángulos son ABC, ABD, BCD, ABD y ACD.

Los lados congruentes son:

$$AC \cong CD$$

$$AB \cong BD$$

7. Dados los triángulos $\Delta abc \cong \Delta a'b'c'$ indica los vértices y lados homólogos.



Respuesta:

a es homólogo con a'

b es homólogo con b'

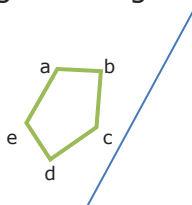
c es homólogo con c'

$$\overline{ac} \cong \overline{a'c'}$$

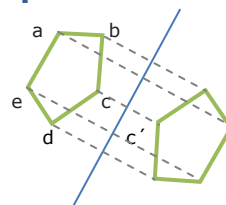
$$\overline{bc} \cong \overline{b'c'}$$

$$\overline{ab} \cong \overline{a'b'}$$

8. Halla la figura congruente en el siguiente caso



Respuesta:



Glosario

Congruente. Figuras exactamente iguales . Todas las longitudes de los lados y medidas de los ángulos son iguales.

Se llaman **elementos homólogos** entre las figuras congruentes, a los puntos y elementos coincidentes o correspondientes.

Otras Referencias

<http://www.aulafacil.com/cursos/l11153/ciencia/matematicas/geometria/figuras-congruentes>

[https://es.wikipedia.org/wiki/Congruencia_\(geometr%C3%ADa\)](https://es.wikipedia.org/wiki/Congruencia_(geometr%C3%ADa))

