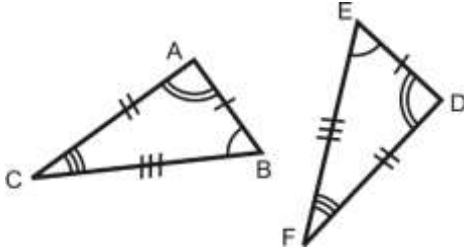


## CONGRUENCIA DE TRIÁNGULOS

¿Y si te dieran dos triángulos con todas las medidas de los ángulos y todas las longitudes de los lados marcados? ¿Cómo sabrías si los dos triángulos son congruentes? Después de completar esta lección serás capaz de comparar dos triángulos y definir si son congruentes. Ya sabes que dos figuras son congruentes si tienen exactamente el mismo tamaño y forma. Si dos triángulos son congruentes, tienen exactamente los mismos tres lados y exactamente los mismos tres ángulos.



$\triangle ABC$  y  $\triangle DEF$  son congruentes porque:

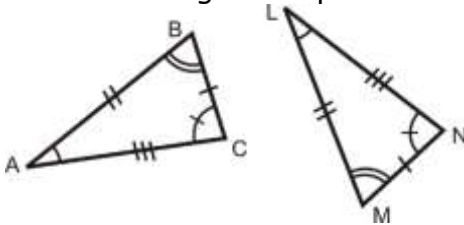
$$\overline{AB} \cong \overline{DE} \quad \angle A \cong \angle D$$

$$\overline{BC} \cong \overline{EF} \quad \text{y} \quad \angle B \cong \angle E$$

$$\overline{AC} \cong \overline{DF} \quad \angle C \cong \angle F$$

### Ejemplo A

Observa el siguiente par de triángulos. ¿Son congruentes?



Para determinar si los triángulos son congruentes debes encontrar primero la correspondencia de los lados:  $\overline{BC} \cong \overline{MN}$ ,  $\overline{AB} \cong \overline{LM}$ ,  $\overline{AC} \cong \overline{LN}$ .

Luego, buscar la correspondencia entre los ángulos:

$$\angle A \cong \angle L, \angle B \cong \angle M, \text{ y } \angle C \cong \angle N.$$

Por último, verificar que dichas correspondencias son congruentes.

Sí, todas las correspondencias son congruentes y por lo tanto los triángulos son congruentes.

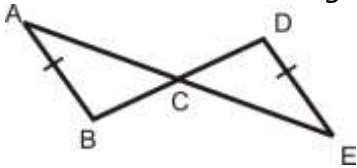
**Ejemplo B**

Si los tres pares de ángulos de dos triángulos dados son congruentes, ¿Eso significa que los triángulos son congruentes?

Sin saber nada acerca de las longitudes de los lados no puedes saber si dos triángulos son congruentes. Los dos triángulos descritos anteriormente  **pueden**  ser congruentes, pero necesitas más información para saber si es cierto.

**Ejemplo C**

Determina si los triángulos son congruentes.



De las marcas puedes ver que  $\overline{AB} \cong \overline{DE}$ . También sabes que  $\angle ACB \cong \angle ECD$  porque son ángulos rectos. Sin embargo, esto no es suficiente información para saber si los triángulos son congruentes.

Como ya sabes son **segmentos congruentes** aquellos que tienen igual longitud y **ángulos congruentes** aquellos que tienen igual medida. Dos figuras planas son **congruentes** cuando es posible hacerlas coincidir en todos sus puntos a través de una traslación, una rotación o una simetría axial.

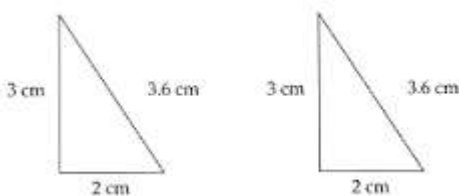
En la práctica se hace difícil determinar la congruencia entre todos los elementos de los triángulos, por ello se establecieron los **Criterios de congruencia de triángulos** los cuales nos permiten conocer las condiciones mínimas necesarias para la identificación de triángulos congruentes.

**Criterio LLL** (lado-lado-lado)

Dos triángulos son congruentes si sus lados homólogos son congruentes.

**Ejemplo D**

Este criterio nos permite deducir la igualdad de los ángulos de los dos triángulos cuyos lados respectivos verificamos que son iguales.

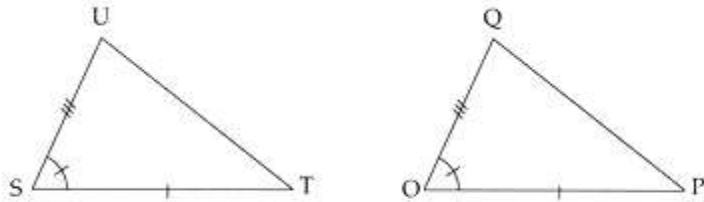


**Criterio LAL (Lado-Angulo-Lado)**

Dos triángulos son congruentes si tienen dos lados homólogos congruentes y el ángulo comprendido entre ellos.

**Ejemplo E**

Este criterio nos permite deducir la igualdad del tercer lado y del resto de los ángulos del triángulo dado, si se conoce uno de los ángulos y sus lados adyacentes.



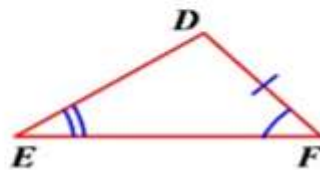
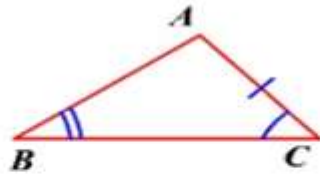
$\triangle STU \cong \triangle OPQ$  en virtud de que:  $\overline{SU} \cong \overline{OQ}$  ;  $\sphericalangle S \cong \sphericalangle O$  ,  $\overline{ST} \cong \overline{OP}$

**Criterio ALA (Angulo-Lado-Angulo)**

Dos triángulos son congruentes si tienen un lado homólogo congruente y los dos ángulos adyacentes a este lado iguales.

**Ejemplo F**

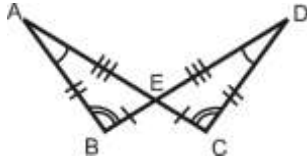
Este criterio nos permite deducir la igualdad de lados entre dos triángulos cuando solo tenemos seguridad de la igualdad de uno solo de los lados y sus ángulos adyacentes coinciden.



$\triangle ABC \cong \triangle DEF$  por AAL

### EJERCICIOS RESUELTOS

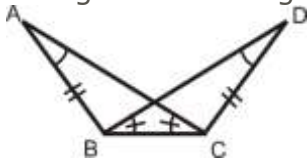
1. Determina si los siguientes pares de triángulos son congruentes.



**Respuesta:**

Podemos ver en las marcas que  $\angle B \cong \angle C$ ,  $\angle A \cong \angle D$  y  $\angle AEB \cong \angle DEC$  debido a que son ángulos rectos. Además, se sabe que  $\overline{BA} \cong \overline{CD}$ ,  $\overline{EA} \cong \overline{ED}$  y  $\overline{BE} \cong \overline{CE}$ . Debido a que tres pares de lados y tres pares de ángulos son todos congruentes y son partes correspondientes, esto significa que los dos triángulos son congruentes.

2. Determina si los siguientes pares de triángulos son congruentes.

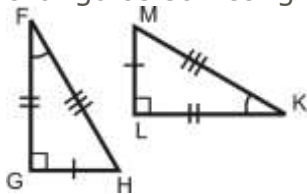


**Respuesta:**

Si bien hay partes correspondientes congruentes, sólo hay dos pares de lados congruentes, los marcados y el lado compartido. Sin saber si el tercer par de lados es congruente no podemos decir si los triángulos son congruentes con la definición.

**Nota:** esto no significa que los triángulos no son congruentes, solo podemos decir que no podemos responder por falta de datos.

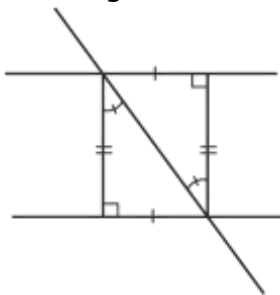
3. Determina si los siguientes pares de triángulos son congruentes.



**Respuesta:**

Podemos ver en las marcas que  $\angle G \cong \angle L$ ,  $\angle F \cong \angle K$  y por lo tanto  $\angle H \cong \angle M$  por el tercer teorema de los ángulos. Además, se sabe que  $\overline{MK} \cong \overline{FH}$ ,  $\overline{GF} \cong \overline{LK}$  y  $\overline{GH} \cong \overline{LM}$ . Debido a que tres pares de lados y tres pares de ángulos son todos congruentes y son partes correspondientes, esto significa que los dos triángulos son congruentes.

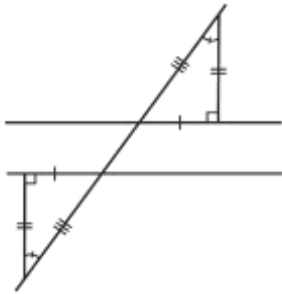
4. La siguiente ilustración muestra dos líneas paralelas cortadas por una transversal. ¿Los triángulos que se forman son congruentes?



**Respuesta:**

Si son congruentes tienen dos lados y un ángulo congruentes (LAL)

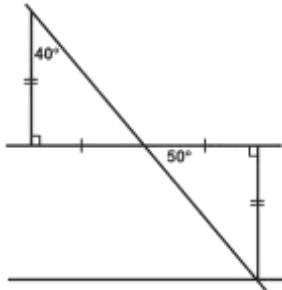
5. La siguiente ilustración muestra dos líneas paralelas cortadas por una transversal. ¿Los triángulos que se forman son congruentes?



**Respuesta:**

Si son congruentes al ser dos lados del triángulo congruentes y el ángulo entre ellos recto (LAL).

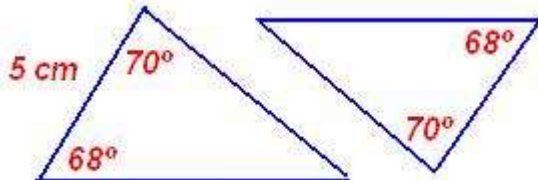
6. La siguiente ilustración muestra dos líneas paralelas cortadas por una transversal. ¿Los triángulos que se forman son congruentes?



**Respuesta:**

Si son congruentes, tienen un lado y dos ángulos congruentes el recto y el opuesto por el vértice (ALA)

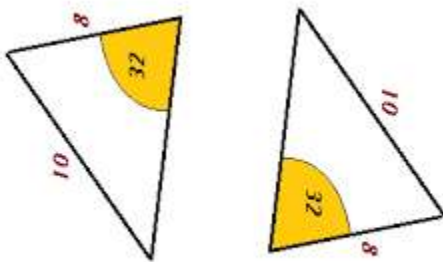
7. Determina si el siguiente par de triángulos es congruente e indica el criterio que la justifica.



**Respuesta:**

No podemos asegurarlo ya que solo puedes garantizar que tiene dos ángulos congruentes.

8. Determina si el siguiente par de triángulos es congruente e indica el criterio que la justifica.



**Respuesta:**

Si son congruentes tienen dos lados y un ángulo congruentes (LAL)

## Glosario

**Segmentos congruentes** aquellos que tienen igual longitud.

**Ángulos congruentes** son aquellos que tienen igual medida.

**Criterios de congruencia de triángulos** nos permiten conocer las condiciones mínimas necesarias para la identificación de triángulos congruentes.

## Otras Referencias

<http://es.slideshare.net/marceloandrescalderonbarria/26-ejercicios-congruencia-de-tringulos>

