

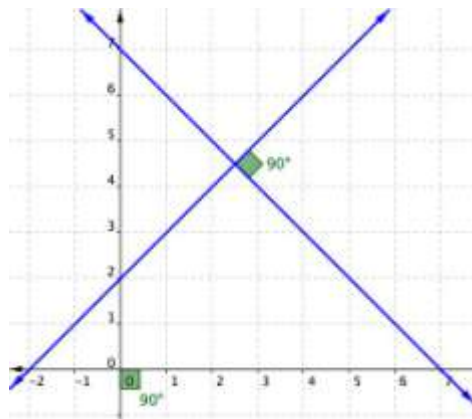
## CONDICIÓN RELATIVA DE DOS RECTAS

### OBJETIVOS

- Encontrar la pendiente de una recta que es paralela perpendicular a otra
- Dado un punto y una recta perpendicular o paralela a una recta desconocida, escribir la ecuación de la recta desconocida.

Las rectas paralelas son dos o más rectas en un plano que nunca se interceptan. Hay muchos ejemplos de rectas paralelas como los lados opuestos del marco rectangular de una pintura y los estantes de un librero.

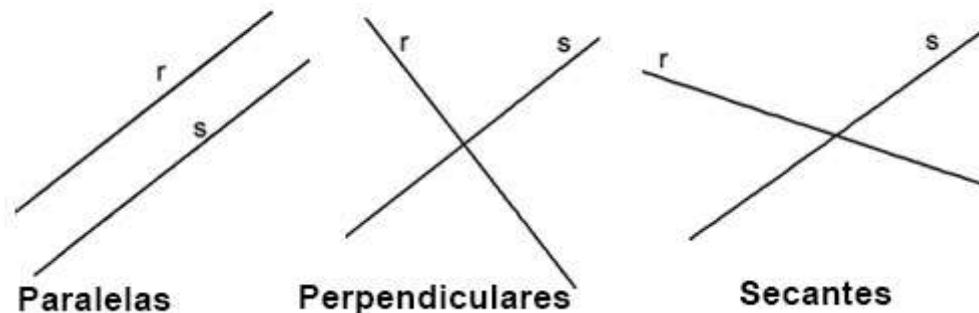
Las rectas perpendiculares son dos o más rectas que se interceptan formando un ángulo de 90 grados, como las dos rectas dibujadas en la gráfica. Los ángulos de 90 grados también se llaman ángulos rectos.



Las rectas perpendiculares también están en todos lados, no sólo en una gráfica en papel sino en el mundo real, desde el patrón de cruce en las calles a la intersección de las líneas coloreadas de una camisa a cuadros

### INTRODUCCIÓN

#### RELACIONES ENTRE RECTAS



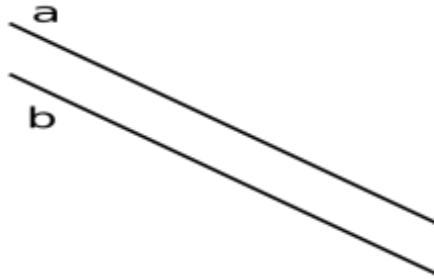
Cuando graficas dos o más ecuaciones lineales en el plano de coordenadas, generalmente se cruzan en algún punto. Sin embargo, cuando dos rectas en un plano coordenado nunca se cruzan, se llaman **rectas paralelas**. También veremos el caso

cuando dos rectas en el plano de coordenadas se cruzan en un ángulo recto. Estas se llaman **rectas perpendiculares**. Las pendientes de las gráficas en cada uno de los casos tienen una relación especial entre ellas.

**¿CÓMO DETERMINAR SI DOS RECTAS SON PARALELAS O PERPENDICULARES?**

- **PARALELAS:** Dos rectas son paralelas si ambas tienen la misma pendiente; es decir a es paralela a b si y solo si la pendiente de la recta a es igual a la pendiente de la recta b.

$$a \parallel b \Leftrightarrow m_a = m_b$$



**EJEMPLO 1:** Demuestre que este par de rectas son paralelas:  $L_1: x - 3y = 6$  y  $L_2: 2x - 6y = -12$ .

**Respuesta:**

Para $L_1$	Para $L_2$
$x - 3y = 6$	$2x - 6y = -12$
$-3y = -x + 6$ Despejamos y	$-6y = -2x - 12$ Despejamos y
$y = \frac{1x}{3} - \frac{6}{3}$	$y = \frac{2x}{6} - \frac{12}{6}$
$y = \frac{1}{3}x - 2$	$y = \frac{1}{3}x + 2$
$m_1 = \frac{1}{3}$	$m_2 = \frac{1}{3}$

Como las pendientes son iguales las rectas son **paralelas**, como se ilustra en la figura anterior

**EJEMPLO 2:** Hallar la ecuación de la recta que pasa por el punto  $P(2, -3)$  y es paralela a la recta que une los puntos  $P_1(4,1)$  y  $P_2(-2,2)$

**Respuesta:**

Calculemos la pendiente:  $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \Rightarrow m = \frac{2 - 1}{-2 - 4} = \frac{1}{-6}$

Como las rectas son paralelas se deduce que:  $m_1 = m_2$

Como conocemos un punto y la pendiente usaremos la ecuación pendiente - intersección :  $y = mx + b$

Sustituyendo en la ecuación tenemos que:  $(-3) = -\frac{1 \cdot (2)}{6} + b$

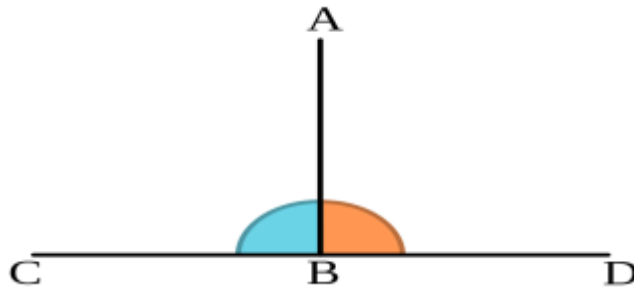
$\frac{-16}{6} = b \Rightarrow b = \frac{-8}{3}$

Luego; la ecuación pendiente - intersección viene dada por :  $y = \frac{-1}{6}x - \frac{8}{3}$

Así; la ecuación estándar de la recta pedida es:  $\frac{1}{6}x + y + \frac{8}{3} = 0$

- **PERPENDICULARES:** Dos rectas son perpendiculares si sus pendientes tienen un producto igual a -1.

$$m_1 \perp m_2 \Rightarrow m_1 \cdot m_2 = -1$$



**EJEMPLO 3:** Demuestre que este par de rectas son perpendiculares:  $L_3: 2x + y = 5$  y  $L_4: x - 2y = 4$ .

**Respuesta:**

<p>Para <math>L_3</math></p> $2x + y = 5$ $y = -2x + 5 \quad \text{Despejamos } y$ $m_3 = -2$	<p>Para <math>L_4</math></p> $x - 2y = 4$ $-2y = -x + 4 \quad \text{Despejamos } y$ $y = \frac{1x}{2} - 2$ $m_2 = \frac{1}{2}$
---	--

Al efectuar el producto  $m_3 \cdot m_4 = (-2) \cdot \left(\frac{1}{2}\right) = -1$ , observamos que el producto es  $-1$  por lo tanto las rectas son **perpendiculares**, como se ilustra en la figura.

**EJEMPLO 4:** Hallar la ecuación de la recta que pasa por  $(1, -3)$  y es perpendicular a la recta que une los puntos  $(2, -3)$  y  $(4, 2)$

**Respuesta:**

Calculemos la pendiente:  $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \Rightarrow m = \frac{2 - (-3)}{4 - 2} = \frac{5}{2}$

Como las rectas son perpendiculares el producto de  $m_1 \cdot m_2 = -1$  y  $m_2$  será igual a:

$$m_1 \cdot m_2 = -1 ; m_2 = \frac{-1}{m_1} \Rightarrow m_2 = \frac{-1}{\frac{5}{2}} = \frac{-2}{5}$$

Como conocemos un punto y la pendiente usaremos la ecuación pendiente - intersección :  $y = mx + b$

Sustituyendo en la ecuación tenemos que:  $(-3) = \frac{-2 \cdot (1)}{5} + b$

$$\frac{-13}{5} = b$$

Luego; la ecuación pendiente - intersección viene dada por :  $y = \frac{-2}{5}x - \frac{13}{5}$

Así; la ecuación estándar de la recta pedida es:  $\frac{2}{5}x + y + \frac{13}{5} = 0$

### EJERCICIOS RESUELTOS

1. Encontrar la pendiente de una recta que es paralela a la recta  $y = -3x + 4$ .

**Respuesta:**

La recta dada se escribe como  $y = mx + b$ , con  $m = -3$  y  $b = 4$ . La pendiente es  $-3$ .

2. Determina si las rectas  $y = 6x + 5$  y  $y = 6x - 1$  son paralelas.

**Respuesta:**

La recta dada se escribe como  $y = mx + b$  con  $m=6$  para la primera recta y  $m=6$  para la segunda recta. La pendiente de ambas rectas es  $6$ .

3. Encontrar la pendiente de la recta perpendicular a la recta  $y = 2x - 6$ .

**Respuesta:**

La recta dada se escribe como  $y = mx + b$ , con  $m = 2$  y  $b = -6$ . La pendiente es  $2$ .

$$m_2 = \frac{-1}{m_1} \Rightarrow m_2 = \frac{-1}{2}$$

Luego; para que las rectas sean perpendiculares se debe cumplir que:

$m_1 \cdot m_2 = -1 \Leftrightarrow m_1 \cdot m_2 = 2 \cdot \frac{-1}{2} = -1$ .  
Las rectas son perpendiculares.

4. Determinar si las rectas  $y = -8x + 5$  y  $y = \frac{1}{8}x - 1$  son paralelas, perpendiculares, o ninguna.

**Respuesta:**

Las rectas dadas están escritas en la forma  $y = mx + b$ , con  $m = -8$  para la primera recta y  $m = \frac{1}{8}$  para la segunda recta.

Comparando las pendientes:

- $-8 \neq \frac{1}{8}$ , entonces las rectas no son paralelas.
- El recíproco opuesto de  $-8$  es  $\frac{1}{8}$ , entonces las rectas son perpendiculares.

5. Escribir la ecuación de una recta que sea paralela a la recta  $x - y = 5$  y pase por el punto  $(-2, 1)$ .

**Respuesta:**

Reescribe, si es necesario, la recta que quieres que sea paralela de la forma  $y = mx + b$ .

$$\begin{aligned} x - y &= 5 \\ -y &= -x + 5 \\ y &= x - 5 \end{aligned}$$

En la ecuación anterior,  $m = 1$  y  $b = -5$ . Como  $m = 1$ , la pendiente es 1. La pendiente de la recta paralela es 1

Usa el método para escribir una ecuación a partir de la pendiente y un punto en la recta. Sustituye 1 por  $m$ , y el punto  $(-2, 1)$  por  $x$  y  $y$ .

$$\begin{aligned} y &= mx + b \\ 1 &= 1(-2) + b \\ 1 &= -2 + b \\ 3 &= b \end{aligned}$$

Luego; La ecuación pendiente intersección de la recta paralela es:

$$y = x + 3.$$

6. Escribe dos rectas que sean paralelas y do rectas que sean perpendiculares

### Respuesta:

Rectas Paralelas:

$$L_1: 2x + 5y - 12$$

$$L_2: 2x - 12y + 8$$

Son paralelas ya que  $m_1 = m_2$

Rectas perpendiculares:

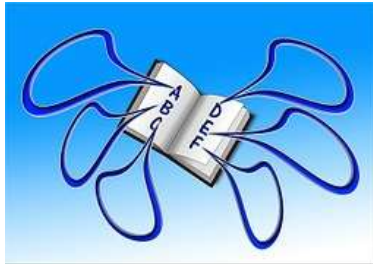
$$L_3: 7x - 32y - 9$$

$$L_4: \frac{-1}{7}x + 14y + 6$$

Son perpendiculares ya que  $m_2 = \frac{-1}{m_1}$

Profesor: Alejandra Sánchez

Fe y Alegría Versión



### Glosario

- ✓ **Recta:** Línea formada por una serie continua de puntos en una misma dirección que no tiene curvas ni ángulos y cubre la menor distancia posible entre dos puntos.
- ✓ Dos rectas con la misma pendiente se conocen como **Rectas paralelas.**
- ✓ Dos rectas cuyas pendientes tienen un producto igual a -1 se conocen como **Rectas perpendiculares.**



### Otras Referencias

- ✓ <http://www.vadenumeros.es/tercero/ejercicios-de-rectas.htm>
- ✓ [http://www.vitutor.com/geo/rec/d\\_10.html](http://www.vitutor.com/geo/rec/d_10.html)
- ✓ [https://www.youtube.com/watch?v=Vqo9hm1\\_rjw](https://www.youtube.com/watch?v=Vqo9hm1_rjw)

