Materia: Matemática de Séptimo

Tema: Propiedades de los Números Racionales vs Números irracionales

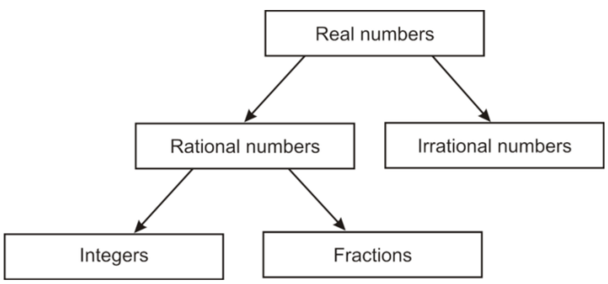
¿Qué pasa si quieres identificar un número como $\sqrt{2}$? ¿Es un número racional o irracional? Después de completar este concepto, serás capaz de decidir en qué categoría cae este número

---

Marco teórico

Clasificación de los números reales

Los números reales caen en una de varias categorías:



Si un número real se puede expresar como un número racional, entonces cae en una de dos categorías. O es un **número entero** (que es lo mismo decir que forma parte de una fracción cuyo denominador es el número 1) o es una **fracción** (con un numerador y su denominador). En el caso de fracciones, hay que recordar que a veces éstas se expresan como números con decimales, pero esto solo representa otra manera de escribirlos (por ejemplo: 0,5 o su equivalente ½ , o 0,25 o su equivalente ¼ , etc) .

Números irracionales: son aquellos números que no puede ser expresados como la relación de dos números enteros (es decir, como una fracción). Por ejemplo: π , $\sqrt{3}$,

Raíces cuadradas : No todas las raíces cuadradas de números corresponden a números irracionales, pero toda raíz cuadrada que no pueda ser reducida a un número sin algún signo radical es un número irracional. Por ejemplo, $\sqrt{49}$ es un **número racional**, ya que es igual a número 7, pero $\sqrt{50}$ no puede ser reducido más allá de $5\sqrt{2}$. Al estar el factor $\sqrt{2}$ (que es irracional) dentro de la descomposición del número, entonces $\sqrt{50}$ es un número irracional.

Ejemplo A

Identifica cuáles de los siguientes son números racionales y cuáles son los números irracionales.

a) 23,7

b) 2,8956

c) π

d) $\sqrt{6}$

Solución

a) 23,7 se puede escribir como $23\frac{7}{10}$, por lo que es racional.

b) 2,8956 se puede escribir como $2\frac{8956}{10000}$, por lo que es racional.

c) $\pi = 3.141592654\ldots$Sabemos de la definición de π que los decimales no terminan o se repiten, por lo que π**es un número irracional**.

d) $\sqrt{6} = \sqrt{2} \times \sqrt{3}$. Como no podemos reducir a una forma sin radicales en el mismo, por lo tanto $\sqrt{6}$ es un número irracional.

Repetición de decimales

Cualquier número cuya representación decimal tiene un número finito de dígitos es racional, ya que cada lugar decimal puede ser expresado como una fracción.

En caso particular que los decimales se repitan con un mismo patrón, por ejemplo, $3.\overline{27} = 3.272727272727\ldots$ este decimal es infinito, pero como no es al azar sino que se repite en un patrón predecible , se designa como **un número racional**.

Otro ejemplo de repetición de decimales es 0,3333333…. (o su equivalente 1/3) cae en la categoría acabada de señalar y es por tanto un **número racional**.

Recuerda entonces, que cuando haya **Repetición de decimales** con el mismo patrón, los números racionales también se clasifican como **racionales**.

El número 3.27272727… se puede expresar como $\frac{36}{11}$ (verifica la división con tu calculadora)

Ejemplo B

Expresa los siguientes números decimales como fracciones.

a.) 0.439

b.) $0.25\overline{38}$

Solución

a.) 0.439 se puede expresar como $\frac{4}{10}+\frac{3}{100}+\frac{9}{1000}$, o simplemente $\frac{439}{1000}$. También, cualquier decimal que se repite es racional, y se puede expresar como una fracción.

b.) La fracción de decimales con repetición (0,0038383838…) equivale a la fracción 38/9900 (verifícalo con tu calculadora), por tanto $0.25\overline{38}$ se puede expresar como $\frac{25}{100}+\frac{38}{9900}$, lo que es equivalente a $\frac{2513}{9900}$.

Ejemplo C

Clasifica los siguientes números reales.

a) 0

b) -1

c) $\frac{\pi}{3}$

d) $\frac{\sqrt{2}}{3}$

e) $\frac{\sqrt{36}}{9}$

Solución

a) Entero

b) Entero (no importa que tenga signo negativo, lo relevante es que es entero)

c) Irracional (En virtud que π es irracional, cualquier fracción que tengamos que incluya a π conduce necesariamente que dicho número es irracional.)

d) Irracional

e) Racional (Se simplifica a $\frac{6}{9}$, o $\frac{2}{3}$.)

Palabras claves

- La **raíz cuadrada** de un número es un número que cuando se multiplica por sí mismo resulta en el número original. En términos algebraicos, si tenemos 2 números a y b, si $a = b^2$, entonces $b = \sqrt{a}$. Por ejemplo: a=16 y b=4, 4 es la raíz cuadrada de 16

- La raíz cuadrada puede tener dos valores: un valor positivo llamado **raíz cuadrada principal**, y un valor negativo (lo contrario del valor positivo).
- Un **cuadrado perfecto** es un número cuya raíz cuadrada es un número entero (por ejemplo 25 es el cuadrado perfecto de 5)
- Algunas propiedades matemáticas de las raíces cuadradas son:
  - $\sqrt{a} \times \sqrt{b} = \sqrt{ab}$
  - $A\sqrt{a} \times B\sqrt{b} = AB\sqrt{ab}$
  - $\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = \sqrt{\frac{a}{b}}$
  - $\frac{A\sqrt{a}}{B\sqrt{b}} = \frac{A}{B}\sqrt{\frac{a}{b}}$
- Raíces cuadradas de números que **no** son cuadrados perfectos son **números irracionales**. Los números irracionales no se pueden escribir como números racionales y cuando están expresados en "forma decimal" tienen una sucesión sin fin de números, aparentemente al azar, después del punto decimal.
- Cuando calculamos la raíz cuadrada de números en una calculadora, normalmente se produce una **solución aproximada**, puesto que la calculadora sólo muestra un número finito de dígitos después del punto decimal.

Ejercicios resueltos

Coloca los siguientes números en orden numérico, de menor a mayor.

$\frac{100}{99}$ $\frac{\sqrt{3}}{3}$ $-\sqrt{.075}$ $\frac{2\pi}{3}$

Solución

Dado que $-\sqrt{.075}$ es el único número negativo, es el más pequeño.

Dado que $100 > 99$, $\frac{100}{99} > 1$.

Dado que $\sqrt{3}$ es menor a 3 , entonces $\frac{\sqrt{3}}{3} < 1$.

Dado que $\pi > 3$, a continuación, $\frac{\pi}{3} > 1 \Rightarrow \frac{2\pi}{3} > 2$

Solución: Esto significa que el orden es:

$-\sqrt{.075}, \frac{\sqrt{3}}{3}, \frac{100}{99}, \frac{2\pi}{3}$

Ejercicios

Para las preguntas 1-7, clasificar a los siguientes números como un número entero, un número racional o un número irracional.

1. $\sqrt{0.25}$
2. $\sqrt{1.35}$
3. $\sqrt{20}$
4. $\sqrt{25}$
5. $\sqrt{100}$
6. $\sqrt{\pi^2}$
7. $\sqrt{2 \cdot 18}$
8. Escribe 0.6278 como una fracción.
9. Coloca los siguientes números en orden numérico, de menor a mayor.
   $\frac{\sqrt{6}}{2}$ $\frac{61}{50}$ $\sqrt{1.5}$ $\frac{16}{13}$
10. Utiliza los puntos marcados en la recta numérica e identificar cada fracción propia.