Materia: Matemática de séptimo

Tema: El Concepto de Fracciones

Una mañana, en el barco de buceo, Cameron comenzó a hablar con otro niño llamado Chet. Chet y su familia eran de Colorado y Chet era apenas dos años mayor que Cameron. Los chicos entablaron una gran conversación sobre el buceo, los animales del mar y las cosas que habían visto en sus inmersiones.

Después de un rato, vieron algunos delfines nadando con el barco. Esto es algo que sucede a menudo porque a los delfines les encanta el agua que salpica el motor en la parte trasera del barco.

"¿Sabías que los delfines pueden nadar 0,83 millas en un minuto?" Chet preguntó Cameron.

"Realmente no. Yo no sabía eso. Sé que un pez espada puede nadar casi un kilómetro en un minuto. Creo que el número exacto es $\frac{9}{20}$ de milla".

"Wow, ¿cuál puede nadar más lejos en un minuto?" Chet preguntó, pensando cuidadosamente mientras hacía los cálculos.

En el momento en que llegaron a la zona de buceo, Cameron ya había averiguado cuál podía nadar más lejos en un minuto.

¿Lo has hecho? Los números que los niños están usando se llaman números racionales. Cuando entiendas los números racionales, también entenderás cómo averiguar cuál pez puede nadar más lejos en un minuto. Presta atención y esta lección sobre los números racionales te enseñará todo lo que necesitas saber.

Lo que aprenderás

En esta lección, aprenderás a hacer lo siguiente:

- Identificar un número racional como la relación de dos números enteros.

- Comparar y ordenar números racionales en la recta numérica.
- Identificar las propiedades conmutativa, asociativa, inversa y de identidad de la suma y la multiplicación de los números racionales.
- Aplicar las propiedades y el uso de orden de operaciones para evaluar expresiones numéricas y variables.

Marco Teórico

I. Identificar un número racional como el cociente de dos números enteros

Algunos números se consideran números racionales. Un número racional es un número que puede ser escrito como una razón.

¿Qué es una razón?

Una razón es una comparación de dos números. Por ejemplo, usted podría descubrir que la proporción de niños y niñas en su clase es de 12 a 13. Esa misma relación podría estar también expresada utilizando dos puntos, 12: 13, o como una fracción, $\frac{12}{13}$

De hecho, cualquier número que puede ser escrito como una razón de dos números enteros se clasifica como un número racional. Echemos un vistazo más de cerca a la forma de identificar los números racionales.

¿Cómo podemos determinar si un número entero es un número racional?

Esa es una buena pregunta. Veamos un ejemplo y ver si podemos escribirlo como una razón.

Ejemplo

10

Este número puede ser escrito como una relación. Cada número entero se puede escribir sobre el denominador 1. Eso significa que se puede escribir en la forma de una relación. Observe que la barra de fracción es una manera de saber si el número entero se puede escribir como una relación. En otras palabras, si puede ser escrito como una fracción, entonces es un número racional.

10 es un número racional.

Ejemplo

$-\frac{2}{3}$

Esta fracción es un número racional. Está escrita como una razón ya. Estamos comparando el numerador y el denominador. Sí, es negativo. Eso está bien, porque podemos tener fracciones negativas y todavía se consideran números racionales.

$-\frac{2}{3}$es un número racional.

Ejemplo

0.687

Esta decimal puede ser escrito como un número racional dividido por 1000. Este es un número racional también.

0.687 **es un número racional.**

¿Hay otros?

Sí. **Terminación de decimales y decimales se repiten también son números racionales.**

Decimales terminales, los decimales con un número determinado de dígitos, son siempre racionales. Por ejemplo, 0.007 es un decimal finito, por lo que es racional.

Decimales que se repiten, que son decimales en el que uno o más dígitos se repiten, son siempre racionales. Por ejemplo, $0.\bar{3}$ es un decimal periódico en el que los dígitos 3 se repite indefinidamente, por lo que es racional.

¿Hay números que no son racionales?

Sí. **Algunos decimales no terminan y no se repiten. Ellos simplemente siguen y siguen y para siempre. Se trata de un grupo especial de números llamados números irracionales. No son números racionales. Aprenderás más sobre ellos en una lección posterior**.

Ejercicios Resueltos

Determinar si cada uno es un número racional.

1. **-4**
2. $\frac{1}{3}$

3. **.89765....**

Tómate unos minutos para revisar tu trabajo con un compañero.

Escribe la definición de un número racional y cómo se puede saber si un número es racional o no. Asegúrate de incluir esta información en su cuaderno y luego continúa.

II. Comparar y ordenar números racionales en la recta numérica

Ahora que sabes cómo identificar un número racional, es posible que necesite scomparar u ordenarlos de vez en cuando. Por ejemplo, ¿qué pasa si usted tiene una pérdida de $\frac{1}{2}$ en comparación con una pérdida de 0,34. Usted tendría que determinar cuál pérdida es mayor.

La colocación de los números en la recta numérica puede ayudar a hacer esto.

Repasemos los símbolos de desigualdad que pueden ayudar a comparar y ordenar números racionales:

> Significa es mayor que.

< Significa es menor que.

= Significa es igual a.

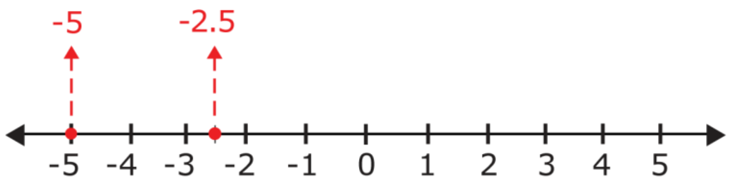
Ejemplo

Seleccione el símbolo de desigualdad que va en el espacio en blanco para hacer esta declaración verdadera.

-2.5 _____ -5

En primer lugar, dibujar una recta numérica de -5 a +5.

Coloque los números de -2,5 y -5 en esa recta numérica. Dado que $0.5 = \frac{1}{2},\ -2.5$ está a medio camino entre -2 y -3 en la recta numérica.



Dado que -2,5 está más a la derecha en la recta numérica que -5, entonces -2,5 es mayor que -5

El símbolo> va en el blanco debido a -2,5> -5.

Ejemplo

Ordene estos números racionales de menor a mayor.

$$\frac{4}{5} \qquad 0.6 \qquad 1 \qquad 0.\bar{6}$$

A menudo es bastante fácil colocar decimales en la recta numérica que está dividida en décimos.

Por lo tanto, podemos dibujar una recta numérica de 0 a 1 y se divide en décimas. Entonces podemos colocar los cuatro números en la recta numérica.

En primer lugar, debemos cambiar $\frac{4}{5}$ a una fracción con un denominador de 10:

$$\frac{4}{5} = \frac{4 \times 2}{5 \times 2} = \frac{8}{10}$$

Dado que ocho décimas es equivalente a $\frac{4}{5}$, podemos encontrar ocho décimas en la recta numérica y colocar $\frac{4}{5}$ allí.

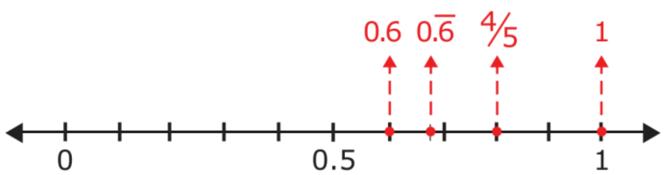
0.6 significa seis décimas. Así, podemos contar seis décimas en la recta numérica y colocar 0.6 allí.

1 se muestra en la recta numérica, por lo que puede añadir una línea de puntos

para mostrar ese número también.

$0.\bar{6}$ significa 0.666 ... Así, $0.\bar{6}$ es un poco más de seis puntos, pero menos de siete décimas. Podemos poner $0.\bar{6}$ más o menos donde debe estar en la recta numérica.

La recta numérica se verá así cuando terminemos.



Dado que la línea de números, podemos ver que $0.6 < 0.\bar{6} < \frac{4}{5} < 1$.

Así que, ordenadas de menor a mayor, los números son $0.6,\ 0.\bar{6},\ \frac{4}{5},\ 1$.

Sí. Pensando en las relaciones entre los números (en este caso, ¿cómo es cada uno más grande o más pequeño en relación a los otros números) te ayudará. Así es como se puede estar seguro de que los números están en el orden correcto. Recuerda, todos ellos son números racionales!

Ejercicios Resueltos

Compara los siguientes números racionales.

1. $-.7$ _____ $-\frac{7}{10}$

   1. $.34$ _____ $\frac{1}{2}$
   2. 67 _____ -10

Tómate unos minutos para revisar sus respuestas con un compañero.

III. Identificar y aplicar propiedades con números racionales

A continuación, vamos a revisar algunas de las propiedades de los números. Puedes recordar estas propiedades usando el trabajo que has hecho con los números enteros. En esta sección, veremos cómo estas propiedades pueden ayudar a hacer cálculos con números racionales, también.

Estas son las propiedades que vamos a utilizar en esta sección.

La propiedad conmutativa de la adición que el número de estados que se agregan se puede añadir en cualquier orden. **La propiedad conmutativa de la multiplicación** de los estados que los números que se multiplican se puede multiplicar en cualquier orden.

Ejemplos

$$0.3 + 7.5 = 7.5 + 0.3$$

$$\frac{1}{2} \times (-3) = -3 \times \frac{1}{2}$$

La propiedad asociativa de la adición de que la agrupación de los números que se va a agregar no importa. **La propiedad asociativa de la multiplicación** que la agrupación de los números que se multiplican, no importa.

Ejemplos

$$\left(\frac{3}{10} + \frac{11}{5}\right) + \frac{1}{5} = \frac{3}{10} + \left(\frac{11}{5} + \frac{1}{5}\right)$$

$$(-3 \times 4) \times 10 = -3 \times (4 \times 10)$$

La propiedad inversa de los estados de adición que cuando se añade un número a su opuesto (o inverso aditivo), la suma es cero.

Ejemplo

4 + (-4) = 0

La propiedad inversa de los estados de multiplicación que cuando un número se multiplica por su recíproco (o inverso multiplicativo), el producto es 1. Usted puede encontrar el recíproco de una fracción girándola. Por ejemplo, el recíproco de $\frac{7}{5}$ se puede encontrar por voltear la fracción para obtener su recíproco, $\frac{5}{7}$.

Ejemplo

$$\frac{7}{5} \cdot \frac{5}{7} = 1$$

La propiedad de identidad de los estados de adición que cuando se añade cero a cualquier número, la suma es ese número.

Ejemplo

$$3\frac{1}{25} + 0 = 3\frac{1}{25}$$

La propiedad de identidad de los estados de multiplicación que cuando un número se multiplica por 1, el producto es ese número.

Ejemplo

$$0.16 \times 1 = 0.16$$

Ejemplos

Identificar la propiedad que ilustra cada ecuación.

a. $-159 + 0 = -159$

b. $(0.3 + 1.2) + 0.8 = 0.3 + (1.2 + 0.8)$

c. $8 \times \frac{3}{4} = \frac{3}{4} \times 8$

d. $6 \cdot \frac{1}{6} = 1$

Considera la ecuación en a.

En -159 +0 = -159, se añade un número entero negativo a cero y la suma es igual al número entero negativo.

Este es un ejemplo de la propiedad de identidad de la suma.

Considera la ecuación de b.

En (0,3 + 1,2) + 0,8 = 0.3+ (1,2 + 0,8), los paréntesis muestran que las cantidades permanecen iguales incluso cuando los números se agrupan de diferentes maneras.

Este es un ejemplo de la propiedad asociativa de la suma.

Considere la ecuación en c.

En $(0.3+1.2)+0.8=0.3+(1.2+0.8)$, el orden de los números que se multiplican se ha cambiado, pero siguen siendo iguales.

Este es un ejemplo de la propiedad conmutativa de la multiplicación.

Considera la ecuación d.

En $6\cdot\frac{1}{6}=1$, el número entero 6 se multiplica por su recíproco $\frac{1}{6}$. (Dado que $6=\frac{6}{1}$, su recíproco es $\frac{1}{6}$)

Este es un ejemplo de la propiedad inversa de la multiplicación.

No es suficiente ser capaz de identificar las diferentes propiedades de los números. También es necesario considerar cómo se pueden aplicar estas propiedades. La siguiente sección mostrará cómo estas propiedades de los números pueden hacer algunos cálculos más fáciles.

IV. Aplicar las propiedades y uso de orden de las operaciones para evaluar expresiones numéricas y variables

Las propiedades pueden ayudarte a evaluar expresiones numéricas. ¿Te acuerdas de lo que es una expresión numérica? Una expresión numérica es una frase que contiene los números y las operaciones. Ahora que sabes acerca de los números racionales, puedes verlos en expresiones numéricas también.

Echemos un vistazo a la aplicación de las propiedades de un ejemplo que es una expresión numérica.

Ejemplo

Utiliza una o varias propiedades de los números para que puedas encontrar el valor de esta expresión.

$$(0.3892 \times 7) \times \frac{1}{7}$$

Debemos tener en cuenta que estos números racionales se puede multiplicar fácilmente.

Multiplicar por un número decimal con cuatro dígitos, tales como 0,3892, requiere mucho tiempo.

Por lo tanto, podemos utilizar la propiedad asociativa para agrupar los números de manera diferente.

$$(0.3892 \times 7) \times \frac{1}{7} = 0.3892 \times \left(7 \times \frac{1}{7}\right)$$

Se multiplica la expresión dentro de los paréntesis, $\left(7 \times \frac{1}{7}\right)$, en primer lugar.

7 es la inversa de $\frac{1}{7}$. Así, de acuerdo con la propiedad inversa de la multiplicación, el producto de los dos números será 1.

$$0.3892 \times \left(7 \times \frac{1}{7}\right) = 0.3892 \times 1$$

Ahora, es necesario multiplicar el decimal por 1. La propiedad de identidad de los estados de multiplicación que cualquier número multiplicado por 1 es igual a sí mismo.

$$0.3892 \times 1 = 0.3892$$

El valor de la expresión es 0,3892.

Podrías haber multiplicado ese decimal por 7 y luego se multiplica ese producto por $\frac{1}{7}$ para encontrar la respuesta.

Sí. Usted puede resolverlo sin aplicar lo que sabe acerca de las propiedades, pero el uso de las propiedades es definitivamente más simple en este ejemplo.

Al evaluar expresiones, también es importante tener en cuenta el orden de las operaciones. Repasemos este orden a continuación.

En primer lugar, los cálculos completos que están agrupando dentro de símbolos, como paréntesis.
En segundo lugar, evaluar los exponentes.
En tercer lugar, multiplicar y dividir en orden de izquierda a derecha.
Por último, sumar y restar en orden de izquierda a derecha.

También podemos aplicar propiedades cuando se evalúan expresiones variables. Recuerde que una expresión variable es una expresión con números, variables y operaciones.

Ejemplo

Encuentre el valor de esta expresión. Asegúrese de utilizar el orden correcto de las operaciones.

$$-12 \div (8-6) \times p$$

De acuerdo con el orden de las operaciones, se debe hacer el cálculo entre paréntesis primero. Por lo tanto, restar.

$$-12 \div (8-6) \times p = -12 \div 2 \times p$$

No hay exponentes para evaluar. Por lo tanto, el siguiente paso consiste en multiplicar y dividir en orden de izquierda a derecha.

$$-12 \div 2 \times p = -6 \times p = -6p$$

El valor de la expresión es-6p.

Ejemplo de la vida real Completado

Comparación de Distancias

Aquí está el problema original una vez más. Vuélvelo a leer y subraya la información importante.

En el barco de buceo, una mañana, Cameron comenzó a hablar con otro niño llamado Chet. Chet y su familia eran de Colorado y Chet era apenas dos años mayor que Cameron. Los chicos entablaron una gran conversación sobre el buceo y el pescado y las cosas que habían visto en sus inmersiones.

Después de un rato, vieron algunos delfines nadando con el barco. Esto es algo que sucede a menudo que los delfines les encanta el agua que salpica generada por el motor en la parte trasera del barco.

"¿Sabías que puede nadar 0,83 millas en un minuto?" Chet preguntó a Cameron.

"Realmente, no yo no sabía eso. Yo sé que un pez espada puede nadar casi un kilómetro en un minuto. Creo que el número exacto es $\frac{9}{20}$ de milla ".

"Wow, cuál puede nadar más lejos en un minuto", preguntó Chet, pensando cuidadosamente mientras hacía los cálculos.

En el momento en que llegaron a la zona de buceo, Cameron se había dado cuenta cuál pez puede nadar más lejos en un minuto.

Para saber cuál pez puede nadar más lejos en un minuto, tendremos que comparar estos dos números racionales.

Un delfín = 0.83 de milla en un minuto

Un pez espada = $\frac{9}{20}$ de milla en un minuto

Para entender esto, primero tenemos que cambiar la fracción en un decimal de modo que ambos números están en la misma forma.

$$\frac{9}{20} = \frac{45}{100} = .45$$

A continuación, se comparan 0,83 a 0,45.

0,83> 0,45

Un delfín puede nadar más lejos que un pez espada en un minuto.

Palabras Clave

Estas son las palabras del vocabulario que se encuentran en esta lección.

Número racionales
Cualquier número positivo o negativo que puede ser escrito como una relación.

Proporción
Una comparación entre dos cantidades. Puede ser escrito usando la palabra "sobre", con dos puntos, o el uso de una barra de fracción

Decimal Finito
Un decimal que tiene un final definitivo

Decimal Periódico
Un decimal, donde algunos de los dígitos se repiten.

Número irracional
Un decimal que no pongan fin o repetir, pero continúa indefinidamente.

Propiedad conmutativa de la suma
Establece que el orden en que se suman los números no cambia su suma.

Propiedad conmutativa de la multiplicación
Establece que el orden en que se multiplican los valores no cambia el producto

Propiedad asociativa de la suma
Las agrupaciones de los números que se suman no cambia la suma

Propiedad asociativa de la multiplicación
Las agrupaciones de los números que multiplicados no cambia el producto

Propiedad inversa de la suma
Cualquier número sumado a su contrario es cero.

Propiedad inversa de la multiplicación
Cualquier número multiplicado por su recíproco es uno.

Recíproco

Un número volteado o invertido

Propiedad de identidad de la suma
Cualquier número más cero es el mismo número

Propiedad de identidad de la multiplicación
Cualquier número multiplicado por uno es el mismo número

Expresión numérica
una frase que contiene números y operaciones

Expresión Variable
Una frase que contiene números, variables y operaciones

.

Ejercicios

Instrucciones: Escribe cada número como el cociente de dos enteros (una fracción) para demostrar que cada número es racional.

1. -11

2. $3\frac{1}{6}$

3. 9

4. .08

5. -.34

6. .678

7. $\frac{4}{5}$

8. -19

9. 25

10. -7

Instrucciones: Seleccione el símbolo de la desigualdad (>, <o =) que va en el espacio en blanco para que cada declaración CORRECTA.

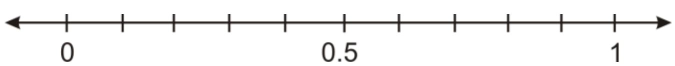
11. 1.1 ____ $1\frac{1}{10}$

12. -2 ____ $1\frac{1}{3}$

13. $\frac{2}{5}$ ____ 0.3

Instrucciones: Coloque cada número racional en la recta numérica. A continuación, una lista de los números racionales en orden de mayor a menor.

14. $\frac{1}{2}$ $\quad 0.9 \quad 0 \quad 0.\bar{9}$



Instrucciones: Para cada ecuación, identificar la propiedad de número que se muestra.

15. $\left(-3\frac{1}{2}\right) \times 1 = -3\frac{1}{2}$

16. $\frac{8}{5} \times \frac{5}{8} = 1$

17. $(22 + 4) + 6 = 22 + (4 + 6)$

18. $9.5 + 5.5 = 5.5 + 9.5$

19. $17 + (-17) = 0$

Instrucciones: Simplifique cada expresión. Considere cómo propiedades de los números y el orden de las operaciones que ayudan en esta tarea.

20. $-6a + (8 - 4)$

21. $-12a \div (3a + a)$