

Materia: Matemática de séptimo

Tema: Adición de Números Racionales

Supongamos que tomaste $\frac{7}{8}$ de una botella de jugo el lunes, $\frac{2}{5}$ de una botella el martes y $\frac{3}{2}$ de una botella el Miércoles. ¿Podrías identificar cuál de las fracciones está mal hecha, y se puede escribir las fracciones con un denominador común? Además, ¿podrías sumar estas fracciones? Después de completar este concepto, serás capaz de realizar estas tareas de manera que se puede averiguar cuántas botellas de jugo tomaste en total durante los tres días.

Marco Teórico

La adición de números racionales

Para sumar números racionales, debemos primero recordar cómo volver a escribir números mixtos como fracciones impropias. Comienza multiplicando el denominador del número mixto por todo el valor. Suma el numerador para este producto. Este valor es el numerador de la fracción impropia. El denominador es el original.

Ejemplo A

Escribe $11\frac{2}{3}$ como una fracción impropia:

Solución: $3 \times 11 = 33 + 2 = 35$. Este es el numerador de la fracción impropia.

$$11\frac{2}{3} = \frac{35}{3}$$

Ahora que sabemos cómo reescribir un número mixto como una fracción impropia, podemos empezar a sumar los números racionales. Hay algo importante que recordar a la hora de hacer una suma o resta de números racionales: Los denominadores deben ser equivalentes.

La **propiedad aditiva de las fracciones:** Para todos los números reales a , b , y c , $\frac{a}{c} + \frac{b}{c} = \frac{a+b}{c}$.

Ejemplo B

Suma los siguientes conjuntos de fracciones (números racionales):

a.) $\frac{1}{3} + \frac{2}{3}$

b.) $4\frac{1}{7} + \frac{2}{7}$

Soluciones:

a) Dado que los denominadores son iguales, podemos seguir adelante y sumar los numeradores:

$$\frac{1}{3} + \frac{2}{3} = \frac{1+2}{3} = \frac{3}{3} = 1$$

b.) $4\frac{1}{7}$ es una fracción mixta, y se lee "4 y un séptimo." Esto significa que podemos pensar que es $4 + \frac{1}{7}$. Como la otra fracción también tiene 7 como denominador, podemos añadir las dos fracciones:

$$4\frac{1}{7} + \frac{2}{7} = 4 + \frac{1}{7} + \frac{2}{7} = 4 + \frac{1+2}{7} = 4 + \frac{3}{7} = 4\frac{3}{7}.$$

Esta fracción mixta se puede convertir en una fracción impropia de la siguiente manera:

$$4 \times 7 = 28$$

$$\frac{28+3}{7} = \frac{31}{7}$$

Propiedades algebraicas de adición

Dado que estas propiedades se aplican a todos los números reales, se aplican a las fracciones o números racionales así.

La **propiedad conmutativa de la suma**: Para todos los números reales a , y b ,
 $a + b = b + a$.

Comutar significa cambiar de lugar, por lo que la propiedad conmutativa de la suma le permite reorganizar los objetos en un problema de suma.

La **propiedad asociativa de la suma**: Para todos los números reales a , b , y c ,
 $(a + b) + c = a + (b + c)$.

Para *asociar* los medios para agrupar, por lo que la propiedad asociativa de la suma le permite reagrupar los objetos en un problema de suma.

La **propiedad de identidad de la suma**: Para cualquier número real a ,
 $a + 0 = a$.

Otra forma es que a veces un número racional es un número decimal, como 2,5, 30,01 o 2,9999. Vamos a practicar algunas de las propiedades anteriores con números racionales en sus diferentes formas.

Ejemplo C

Para convencernos de que las propiedades algebraicas son ciertas, en este ejercicio vamos a comprobar si las siguientes ecuaciones son iguales:

. a) Propiedad conmutativa: $2.5 + 3.5 = 3.5 + 2.5$

. b) Asociado del inmueble: $\frac{1}{9} + \left(\frac{2}{9} + \frac{5}{9}\right) = \left(\frac{1}{9} + \frac{2}{9}\right) + \frac{5}{9}$

Soluciones:

a.) Comprobaremos cada lado por separado para ver si son iguales a la misma cosa.

$$2.5 + 3.5 = 6$$

$$3.5 + 2.5 = 6$$

Así llegamos a la conclusión de que la igualdad se cumple.

b.) Comprobamos cada lado de la ecuación aquí también.

$$\frac{1}{9} + \left(\frac{2}{9} + \frac{5}{9}\right) = \frac{1}{9} + \frac{7}{9} = \frac{8}{9}$$

$$\left(\frac{1}{9} + \frac{2}{9}\right) + \frac{5}{9} = \frac{3}{9} + \frac{5}{9} = \frac{8}{9}$$

Así llegamos a la conclusión de que la igualdad se cumple.

Los denominadores comunes

Para sumar dos fracciones, deben tener un **denominador común**. Esto significa que deben tener el mismo número en el denominador. Si dos fracciones que se suman no tienen denominadores comunes, una o ambas de las fracciones se pueden cambiar para que tengan denominadores comunes. En general, cuando dos fracciones tienen diferentes denominadores, se utiliza el patrón de abajo.

$$\frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \cdot \frac{d}{d} + \frac{c}{d} \cdot \frac{b}{b} = \frac{ad}{bd} + \frac{bc}{bd} = \frac{ad+bc}{bd}$$

Para entender cómo funciona esto, consulte el siguiente ejemplo.

Ejemplo D

Encuentra denominadores comunes y luego suma las fracciones.

1. $\frac{2}{11} + \frac{1}{3}$
2. $\frac{1}{5} + \frac{3}{10}$

Soluciones:

1. Siga el patrón, es decir, se multiplica la parte superior e inferior de cada fracción por el denominador de la otra fracción:

$$\frac{2}{11} + \frac{1}{3} = \frac{2}{11} \cdot \frac{3}{3} + \frac{1}{3} \cdot \frac{11}{11} = \frac{6}{33} + \frac{11}{33} = \frac{6+11}{33} = \frac{17}{33}$$

2. En este ejemplo, nuestro denominador 10 es un múltiplo del otro denominador, 5. No hay necesidad de cambiar la fracción con un denominador de 5. Simplemente se debe multiplicar la parte superior y la parte inferior de la primera fracción con el fin de hacer que su denominador 10:

$$\frac{1}{5} + \frac{3}{10} = \frac{1}{5} \cdot \frac{2}{2} + \frac{3}{10} = \frac{2}{10} + \frac{3}{10} = \frac{2+3}{10} = \frac{5}{10} = \frac{1}{2}$$

Ejercicios Resueltos

Lleva a cabo la adición de números racionales y da la respuesta final como una fracción mixta.

$$5\frac{1}{3} + 2\frac{3}{4}$$

Solución:

Podemos dividir las fracciones mixtas:

$$5\frac{1}{3} + 2\frac{3}{4} = 5 + \frac{1}{3} + 2 + \frac{3}{4}$$

Al usar la propiedad conmutativa podemos reordenar y simplificar mediante la adición de números enteros:

$$5 + \frac{1}{3} + 2 + \frac{3}{4} = 5 + 2 + \frac{1}{3} + \frac{3}{4} = 7 + \frac{1}{3} + \frac{3}{4}$$

Ahora sólo tenemos que sumar las fracciones. Puesto que no tienen denominadores comunes, tenemos que darles denominadores comunes. Los denominadores no comparten ningún factor, así que tenemos que multiplicarlos por la otra:

$$\frac{1}{3} + \frac{3}{4} = \frac{1 \times 4}{3 \times 4} + \frac{3 \times 3}{4 \times 3} = \frac{4}{12} + \frac{9}{12} = \frac{4+9}{12} = \frac{13}{12}$$

Ahora que sabemos qué es suma de fracciones :

$$7 + \frac{1}{3} + \frac{3}{4} = 7 + \frac{13}{12}.$$

Dado que nuestra respuesta debe ser una fracción mixta, giraremos la fracción impropia a una fracción mixta. Como el 12 entra en 13 una vez con un resto de 1, obtenemos:

$$7 + \frac{13}{12} = 7 + 1\frac{1}{12} = 8\frac{1}{12}.$$

La respuesta es:

$$5\frac{1}{3} + 2\frac{3}{4} = 8\frac{1}{12}.$$

Halla la suma. Escribe la respuesta en su **forma más simple**.

1. $\frac{3}{7} + \frac{2}{7}$

2. $\frac{3}{10} + \frac{1}{5}$

3. $\frac{5}{16} + \frac{5}{12}$

4. $\frac{3}{8} + \frac{9}{16}$

5. $\frac{8}{25} + \frac{7}{10}$

6. $\frac{1}{6} + \frac{1}{4}$

7. $\frac{7}{15} + \frac{2}{9}$

8. $\frac{5}{19} + \frac{2}{27}$

9. $-2.6 + 11.19$

10. $-8 + 13$

11. $-7.1 + (-5.63)$

12. $9.99 + (-0.01)$

13. $4\frac{7}{8} + 1\frac{1}{2}$

14. $-3\frac{1}{3} + (-2\frac{3}{4})$

¿ Qué propiedad de la adición implicada cada situación?

15. Cualquiera que sea el fin de su tienda de comestibles se escanean en la tienda, el total será el mismo.

16. Supongamos que ir a comprar un DVD por \$ 8.00, otro por \$ 29.99, y un tercero por \$ 14.99. Usted puede añadir $(8 + 29.99) + 14.99$ o agregar $8 + (29.99 + 14.99)$ para obtener el total.
17. Nadia, Peter, e Ian están poniendo en común su dinero para comprar un galón de helado. Nadia es la más antigua y tiene el mayor subsidio. Ella aporta la mitad del costo. Ian está al lado más antiguo y contribuye tercio del coste. Pedro, el más joven, tiene la asignación más pequeña y aporta una cuarta parte del costo. Calculan que esto será suficiente dinero. Cuando llegan a la salida, se dan cuenta que se olvidaron de impuesto sobre las ventas y la preocupación no habrá suficiente dinero. Sorprendentemente, no tienen la cantidad exacta de dinero. ¿Qué fracción del costo del helado se añadió como impuesto?

Evaluar cada expresión para $v = 5.8$.

18. $9.1 + v$

19. $v + (-v)$

20. $-v + 4.12$

21. $-23.14 + -v$

22. $7.86 + (-v)$

23. $-v + 3.5$

24. $-v + v$