

AREA DEL CÍRCULO

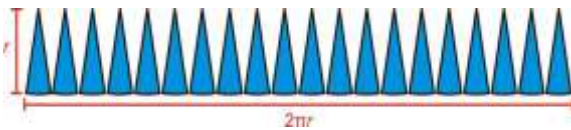
Luís, imagina que trabajas en una imprenta y tienes que hacer unas pegatinas para discos de música de forma que se cubra la cara superior de un CD. ¿Qué área de papel utilizarías para cada CD, sabiendo que el radio mayor de éste es de 5,8 cm y el menor 0,7 cm aproximadamente? Después de que aprendas los siguientes conceptos volveremos a la resolución de este problema.



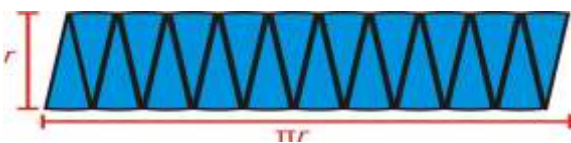
Recuerda que π es la relación entre la circunferencia de un círculo y su diámetro. Utiliza la fórmula de circunferencia para derivar la fórmula para el área.



Primero toma un círculo y divídelo en varios trozos o sectores. A continuación despliega las cuñas para que estén en una sola línea con los puntos en la parte superior



Nota que la altura de las cuñas es r , el radio, y la longitud es la circunferencia del círculo. Ahora tienes que tomar la mitad de estas cuñas, voltearlas boca abajo y colocarlas en la otra mitad para que todos encajen.



Ahora el círculo se parece a un paralelogramo. El área de este paralelogramo es $A=b.h=\pi.r.r=\pi.r^2$
 La fórmula para el **área de un círculo** es $A=\pi.r^2$
 Donde r es el radio del círculo.

Ejemplo A

Encuentra el área de un círculo con un diámetro de 12 cm.
 Si el diámetro es de 12 cm entonces el radio es de 6 cm. El área $A=\pi.(6)^2=36\pi\text{cm}^2$

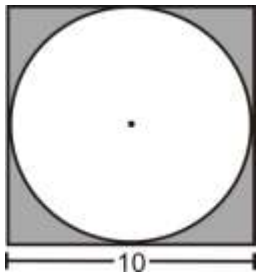
Ejemplo B

Si el área de un círculo es 20π , ¿cuál es el radio?
 Trabaja hacia atrás en éste problema. Conecta el área y luego resuelve el radio.
 $20\pi=\pi.r^2$
 $20=r^2$
 $r=\sqrt{20}$
 $r=2\sqrt{5}$

Al igual que la circunferencia dejaremos las respuestas en términos de π a menos que se especifique lo contrario. En el ejemplo B el radio puede ser $\pm 2\sqrt{5}$. Sin embargo el radio es siempre positivo por lo que no necesita la respuesta negativa.

Ejemplo C

Un círculo está inscrito en un cuadrado. Cada lado del cuadrado es 10 cm de largo. ¿Cuál es el área del círculo?



El diámetro del círculo es la misma que la longitud de un lado del cuadrado. Por lo tanto el radio es la mitad de la longitud del lado o 5 cm.

$$A=\pi 5^2=25\pi\text{cm}^2$$

Volviendo al problema original

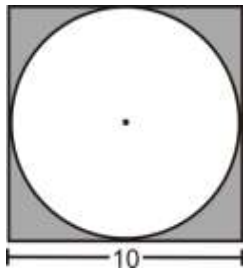
El área de la pegatina debe ser igual al área del CD que es igual a la diferencia del área del círculo de radio mayor y el área de radio menor del CD es decir

$$A = \pi(5,8)^2 - \pi(0,7)^2 = 33,15\pi = 104,14 \text{ cm}^2$$

Respuesta: El área de la pegatina debe ser de 104,14 cm²

EJERCICIOS RESUELTOS

1. Encuentra el área de la región sombreada de la siguiente figura



El área de la región sombreada sería el área del cuadrado menos el área del círculo

$$A = l^2 - \pi r^2 = (10)^2 - \pi(5)^2 =$$

Respuesta: El área es de 21,46cm²

2. Encuentra el diámetro de un círculo con un área $36 \pi \text{ cm}^2$

En primer lugar utilice la fórmula del área de un círculo para resolver el radio del círculo

$$A = \pi r^2 = 36 \pi$$

$$r^2 = 36$$

$$r = \sqrt{36}$$

$$r = 6$$

Si el radio es de 6 unidades entonces

Respuesta: El diámetro es de 12 unidades

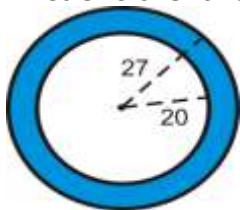
3. Encuentra el área de un círculo con diámetro de 51cm.

Si el diámetro es de 51cm significa que el radio es de 25,5cm. Ahora puedes usar la fórmula del área de un círculo.

$$A = \pi(25,5)^2 = 6.502,5 \pi \text{ cm}^2$$

Respuesta: 6.502,5 $\pi \text{ cm}^2$

4. Encuentra el área de la región sombreada



$A = \pi r^2$ El área sombreada es igual al área del círculo mayor menos el área del círculo menor entonces

$$A = \pi(27)^2 - \pi(20)^2 = \pi(729) - \pi(400) =$$

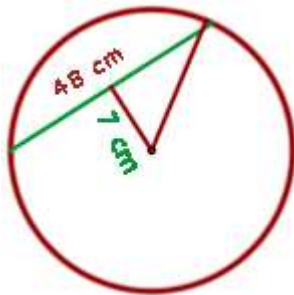
Respuesta: $A = (329)\pi \text{ unidades}^2$

5. Carlos tiene 400 metros de reja para rodear por completo un área en su granja para corral de animales. Puede hacer del área un cuadrado o un círculo. Si utiliza todos los 400 metros de reja ¿Cuánto es el área del cuadrado o el círculo? ¿Cuál figura tendrá el área más grande?

400 sería el perímetro del cuadrado
 $P = n \cdot l \quad l = \frac{P}{n} = \frac{400}{4} = 100\text{m}$
 Para el círculo
 $C = \pi D \quad D = \frac{C}{\pi} = \frac{400}{\pi} \approx 127,38\text{m}$
 $A_{\text{cuadrado}} = l^2 = (100)^2 = 10000\text{m}^2$
 $A_{\text{círculo}} = \pi r^2 = \pi (127,38)^2 \approx 12738,85\text{m}^2$

Respuesta: 12.738,85 m²
El área del círculo es mayor

6. En una circunferencia una cuerda de 48 cm y dista 7 cm del centro. Calcular el área del círculo.



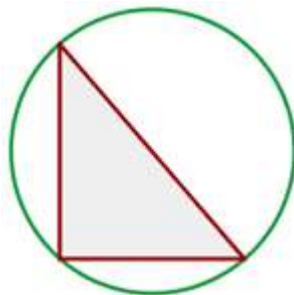
$$r^2 = 24^2 + 7^2 =$$

$$= \sqrt{576 + 49} = 25$$

$$A_{\text{círculo}} = \pi (25)^2 = 625\pi$$

Respuesta: El área del círculo es 625π

7. Los catetos de un triángulo inscrito en una circunferencia miden 22.2 cm y 29.6 cm respectivamente. Calcular la longitud de la circunferencia y el área del círculo.



$$d^2 = 22,2^2 + 29,6^2$$

$$d = \sqrt{492,84 + 876,16}$$

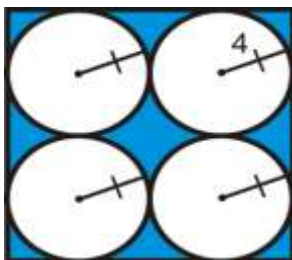
$$d = 37$$

$$C = \pi d = 37\pi$$

$$A = \pi r^2 = \pi (18,5)^2 = 342,25\pi$$

Respuesta: C=37π y A=342,25π

8. Determina el área sombreada



El área sombreada es el área del cuadrado menos el área de los cuatro círculos congruentes

$$A = l^2 - 4\pi r^2$$

$$A = 16^2 - 4\pi(4)^2$$

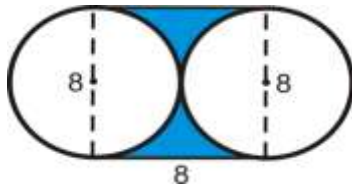
$$A = 256 - 64\pi$$

$$A = 256 - 200,96$$

$$A = 55,04\text{unid}^2$$

Respuesta: A= 55,04 unid²

9. Determina el valor del área sombreada



El área sombreada es igual al área del cuadrado menos el área de dos medios círculos, es decir el área de un círculo
 $A = l^2 - \pi r^2 = (8)^2 - \pi(4)^2$
 $A = 64 - 16\pi =$
 $A = 13,76 \text{ unid}^2$

Respuesta: A = 13,76 unid²

10 Encuentra el radio de un círculo de área de 78,5m²

$$A = \pi r^2$$

$$r = \sqrt{\frac{A}{\pi}} = \sqrt{\frac{78,5}{\pi}} = 5\text{m}$$

Respuesta: r = 5m

Profesor Danesa Padilla Versión 2015-04-12

Glosario

Un **círculo** es el conjunto de todos los puntos que se encuentran a la misma distancia de un punto específico llamado el **centro**.

Un **radio** es la distancia desde el centro hasta el borde exterior del círculo.

Una **cuerda** es un segmento cuyos extremos están sobre el círculo.

Un **diámetro** es una cuerda que pasa a través del centro del círculo. La longitud de un diámetro es dos veces la longitud del radio.

Área es la cantidad de espacio dentro de una figura y se mide en unidades cuadradas.

π o "**pi**" es la relación de la circunferencia de un círculo y su diámetro

Otras Referencias

http://www.vitutor.com/geo/eso/ac_5e.html

