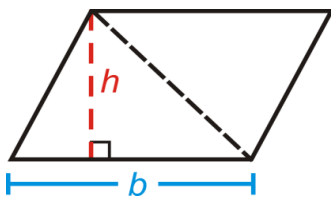


## AREA DE TRIÁNGULOS

¿Qué pasaría si te dieran un triángulo con la medida de su base y altura? ¿Cómo encontrarías la distancia total alrededor del triángulo y la cantidad de espacio que ocupa? Después de completar éste concepto serás capaz de utilizar las fórmulas de perímetro y área de triángulos para resolver problemas como éste.

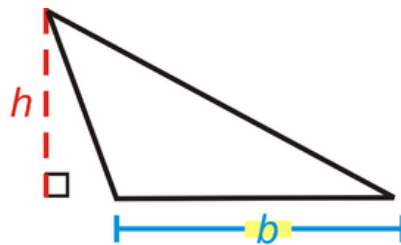
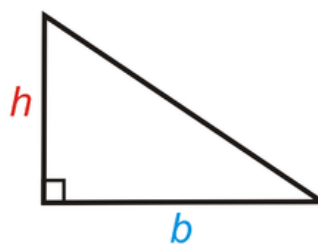
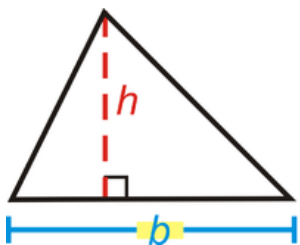


La fórmula para el área de un triángulo es la mitad del área de un paralelogramo



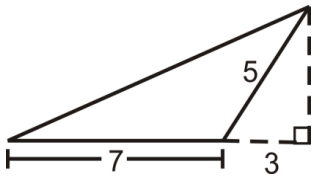
**Área de un triángulo:**

$$A = \frac{1}{2}b \cdot h \quad \text{ó} \quad A = \frac{b \cdot h}{2}$$



**Ejemplo A**

Calcula el área del triángulo



Para encontrar el área tienes que encontrar la altura del triángulo. Te dan dos lados del pequeño triángulo a mano derecha donde la hipotenusa es también el lado corto del triángulo obtuso.

$$3^2 + h^2 = 5^2$$

$$9 + h^2 = 25$$

$$h^2 = 16$$

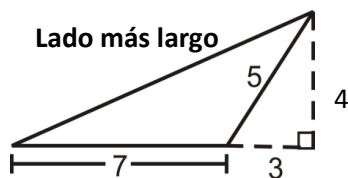
$$h = 4$$

$$A = \frac{1}{2} (7)(4) = 14 \text{ unid}^2$$

**Respuesta: A=14 unid<sup>2</sup>**

**Ejemplo B**

Calcula el perímetro del triángulo en el Ejemplo A.



Para encontrar el perímetro tenemos que encontrar el lado más largo del triángulo obtuso. Si usamos las líneas negras en la imagen veríamos que el lado más largo es también la hipotenusa del triángulo rectángulo con catetos 4 y 10.

$$4^2 + 10^2 = c^2$$

$$16 + 100 = c^2$$

$$116 = c^2$$

$$c = \sqrt{116} \approx 10,77$$

El perímetro es  $7 + 5 + 10,77 \approx 22,77 \text{ unid}$

**Respuesta: P=22,77 unid**

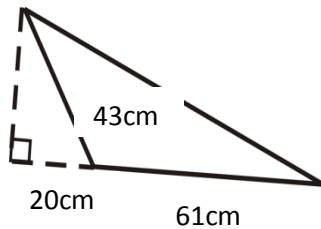
### Ejemplo C

Encuentra el área de un triángulo cuya base es de una longitud de 28 cm y altura de 15 cm. El área es  $A = \frac{1}{2} (28)(15) = 210 \text{cm}^2$

**Respuesta:  $A = 210 \text{ cm}^2$**

### EJERCICIOS RESUELTOS

1. Encuentra la altura del triángulo, el perímetro y el área.

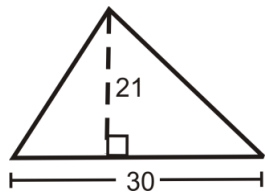


$A = \frac{b \cdot h}{2}$  Para hallar la altura utilizamos el teorema de Pitágoras en el triángulo rectángulo  $C^2 = a^2 + b^2$  donde  
 $a = 20$  despejando  $b^2 = (43)^2 - (20)^2 =$   
 $b = \text{altura}$   $b^2 = 1849 - 400 =$   
 $c = 43 = \text{hipotenusa}$   $b = \sqrt{1449}$   
 $b \approx 38,06 \text{cm}$

$A = (20 + 61) \cdot 38,06 / 2$   
 $A \approx 1541,43 \text{cm}^2$   
 Para el perímetro se determina la hipotenusa del triángulo  
 $c^2 = (61 + 20)^2 + (38,06)^2 = (81)^2 + (1449) =$   
 $C = \sqrt{8010} \approx 89,49 \text{cm}$   
 $P = 43 \text{cm} + 61 \text{cm} + 89,49 \text{cm} = 193,49 \text{cm}$

**Respuesta:  $b = 38,06 \text{cm}$ ,  $A = 1541,43 \text{cm}^2$ ,  $P = 193,49 \text{cm}$**

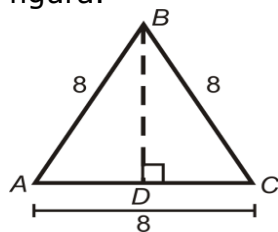
2. Encuentra el área del siguiente triángulo



$$A = \frac{b \cdot h}{2} = \frac{30 \cdot 21}{2} = 315$$

**Respuesta:  $A = 315 \text{unid}^2$**

3. Vamos a derivar una fórmula para el área de un triángulo equilátero como el de la figura.



Se tiene que  $A_{ABD} = AD \cdot BD / 2$  luego

$$A_{BCD} = DC \cdot BD / 2$$

$$A_{ABC} = A_{ABD} + A_{BCD}$$

$$A_{ABC} = \frac{AD \cdot BD}{2} + \frac{DC \cdot BD}{2} = \frac{BD}{2} (AD + DC)$$

Donde

$$AC = AD + DC \text{ por lo tanto}$$

**Respuesta:  $A_{ABC} = \frac{AC \cdot BD}{2}$**

4. De la figura anterior ¿Qué tipo de triángulo es ABD? Encuentra AD y BD.

ABD es un triángulo rectángulo, si  $A_{ABD} = A_{BDC}$   
 $\frac{AD \cdot BD}{2} = \frac{DC \cdot BD}{2}$  por lo tanto  $AD = DC = 4$   
 Usando Pitágoras  $BD^2 = 8^2 - AD^2 = 8^2 - 4^2 =$   
 $BD^2 = 64 - 16 =$   
 $BD = \sqrt{48} =$   
 $BD \approx 6,92$

**Respuesta: AD=4 y BD=6,92**

5. De la figura del ejercicio 3 Encuentra el área del triángulo ABC

$$A_{ABC} = \frac{AC \cdot BD}{2} = \frac{8 \cdot (6,92)}{2} \approx 27,71$$

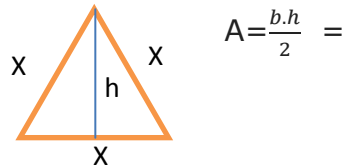
**Respuesta:  $A_{ABC} = 27,71 \text{unid}^2$**

6. ¿Cuál es la altura de un triángulo con el área  $144 \text{m}^2$  y una base de 24 m?

$$A = \frac{b \cdot h}{2} \text{ despejando } h = \frac{2 \cdot A}{b} = \frac{2 \cdot 144}{24} = 12 \text{m}$$

**Respuesta: h=12m**

7. Si cada lado es X , encontrar el área del triángulo ABC



Determinamos la altura usando Pitágoras

$$X^2 = h^2 + \left(\frac{X}{2}\right)^2 =$$

$$4X^2 = 4h^2 + X^2$$

$$3X^2 = 4h^2$$

$$h = \sqrt{\frac{3}{4}} X = \frac{\sqrt{3}}{2} X$$

$$A = \frac{\frac{X \cdot \sqrt{3}}{2} X}{2} = \frac{\sqrt{3}}{4} X^2$$

**Respuesta:  $A = \frac{\sqrt{3}}{4} X^2$**

8. Utilizando la fórmula hallada en el ejercicio n°7, encontrar el área de un triángulo equilátero con lados de 13cm

$$A = \frac{b \cdot h}{2} = \frac{\sqrt{3}}{4} X^2 = \frac{\sqrt{3}}{4} (13)^2 \approx 73,18 \text{cm}^2$$

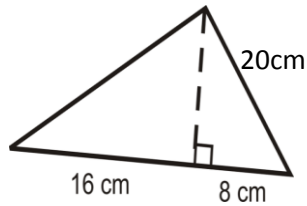
**Respuesta:  $A = 73,18 \text{cm}^2$**

9. Utilizando la fórmula hallada en el ejercicio n°7, determinar el área de un triángulo equilátero con lados de 30,5cm

$$A = \frac{b \cdot h}{2} = \frac{\sqrt{3}}{4} X^2 = \frac{\sqrt{3}}{4} (30,5)^2 \approx 402,81 \text{cm}^2$$

**Respuesta:  $A = 402,81 \text{cm}^2$**

10. Encuentra el área



Determinamos h con Pitágoras

$$h^2 = (20)^2 - (8)^2 = 400 - 64 =$$

$$h = \sqrt{336} \approx 18,33$$

$$A = \frac{b \cdot h}{2} = \frac{(16+8) \cdot (18,33)}{2}$$

$$A = 219,96 \text{ cm}^2$$

**Respuesta: A=219,96cm<sup>2</sup>**

Profesor Danesa Padilla Versión 2015-05-24

## Glosario

**Área de un triángulo.** Región encerrada por un triángulo.

**Perímetro de un triángulo.** La medida de la suma de sus lados.

## Otras Referencias

[http://www.vitutor.com/geo/eso/ac\\_5e.html](http://www.vitutor.com/geo/eso/ac_5e.html)

[http://www.vitutor.com/geo/eso/s\\_e.html](http://www.vitutor.com/geo/eso/s_e.html)

<http://www.math2me.com/playlist/geometria/ejercicio-para-hallar-el-area-de-un-triangulo-dados-sus-3-lados-heron>

