

Materia: Matemática de Octavo

Tema: Operaciones en \mathbb{Q} – Adición de fracciones con diferente denominador

La adición de fracciones con diferente denominador la podemos definir como:

Sean $\frac{a}{b}, \frac{c}{d} \in \mathbb{Q}$, $b \neq 0$, $d \neq 0$, entonces $\frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{a.d+c.b}{b.d}$, donde “ $b.d$ ” es el *m.c.m* (mínimo común múltiplo) entre “ b ” y “ d ”

esto es “para sumar dos o más fracciones con diferentes denominadores, se calcula el *m.c.m* de los denominadores, y luego este resultado se divide entre cada denominador y se multiplica por los numeradores respectivos”

Por ejemplo: efectúa y simplifica siempre que sea posible:

$$(1.) \frac{7}{8} + \frac{1}{2} + \frac{2}{3}$$

El *m.c.m*(8,2,3) = 24, dividimos 24 entre el 1er. denominador que es 8; el resultado es 3, y luego multiplicamos ese 3 por el numerador de esa fracción que es 7, obteniendo 21. Repetimos este proceso con cada una de las fracciones, así:

$$\frac{7}{8} + \frac{1}{2} + \frac{2}{3} = \frac{21+12+16}{24} = \frac{49}{24}$$

24 entre 2 es 12, multiplicamos 12 por 1, que es igual a 12
24 entre 3 es 8, multiplicamos 8 por 2, que es igual a 16

O podemos utilizar el concepto de fracciones equivalentes, veamos:

Como el *m.c.m*(8,2,3) = 24, vamos a convertir las fracciones dadas en otras equivalentes cuyo denominador sea 24, entonces tenemos:

$$\frac{7}{8} = \frac{21}{24} \quad \text{amplificamos la fracción por 3 para que el denominador sea 24}$$

$$\frac{1}{2} = \frac{12}{24} \quad \text{amplificamos la fracción por 12}$$

$$\frac{2}{3} = \frac{16}{24} \quad \text{amplificamos la fracción por 8}$$

Finalmente, sumamos:

$$\frac{7}{8} + \frac{1}{2} + \frac{2}{3} = \frac{21}{24} + \frac{12}{24} + \frac{16}{24} = \frac{21 + 12 + 16}{24} = \frac{49}{24}$$

Gráficamente si queremos representar las fracciones $\frac{3}{8}$ y $\frac{1}{4}$ tenemos:



Podemos observar que aunque la barra en ambos casos es del mismo tamaño, se divide en distintas partes, la 1ra. está dividida en 8 partes iguales mientras que la 2da. está dividida en 4 partes iguales.

Para sumar las fracciones tenemos que reescribirlas de tal forma que tengan denominadores comunes.

Amplificamos $\frac{1}{4}$ por 2, obtenemos $\frac{2}{8}$, que es una fracción equivalente a la dada y con denominador común 8.

Tenemos entonces



Si ahora las sumamos



$$(2.) 3\frac{1}{5} + 4\frac{5}{7}$$

Este ejercicio lo podemos resolver de dos maneras, como las ya explicadas en adición de fracciones con igual denominador:

(i.) Escribimos los números mixtos como una suma, así:

$$\begin{aligned} 3 + \frac{1}{5} + 4 + \frac{5}{7} &= (3 + 4) + \left(\frac{1}{5} + \frac{5}{7}\right) && \text{agrupamos a los enteros y a las fracciones y sumamos} \\ &= 7 + \left(\frac{7+25}{35}\right) && m. c. m(5,7) = 35 \\ &= 7 + \frac{32}{35} && \text{amplificamos el número racional 7 (con denominador 1) por 35} \\ &= \frac{245}{35} + \frac{32}{35} && \text{sumamos las fracciones con denominador común 35} \\ &= \frac{277}{35} && \text{convertimos la fracción impropia a número mixto} \\ &= 7\frac{32}{35} \end{aligned}$$

(ii.) Convertimos los números mixtos en fracciones impropias, así:

$$\begin{array}{l} 3\frac{1}{5} = \frac{16}{5} \\ 4\frac{5}{7} = \frac{33}{7} \end{array} \rightarrow \frac{16}{5} + \frac{33}{7} = \frac{112 + 165}{35} = \frac{277}{35}$$

NOTA IMPORTANTE

Si los denominadores de las fracciones son números primos entre sí, como en el ejemplo anterior (ii.), el *m. c. m* es la multiplicación de los mismos. En el ejemplo dado $5 \cdot 7 = 35$

En este caso, podemos abreviar los cálculos multiplicando el numerador de cada fracción por los otros denominadores, sin tener que hacer la división, así: $16 \cdot 7 = 112$ y $33 \cdot 5 = 165$

Veamos otro ejemplo, donde los denominadores son primos entre sí:

Se quieren sumar las siguientes fracciones $\frac{4}{5} + \frac{5}{7} + \frac{2}{3}$

El $m.c.m(5,7,3) = 105$, luego multiplicamos el 1er. numerador que es 4 por $7 \cdot 3 = 21$ (son los otros denominadores), repetimos el proceso con el 2do. numerador que es 5 y con el 3er. numerador que es 2, y finalmente sumamos, entonces tenemos:

$$\frac{4}{5} + \frac{5}{7} + \frac{2}{3} = \frac{4 \cdot 7 \cdot 3 + 5 \cdot 5 \cdot 3 + 2 \cdot 5 \cdot 7}{105} = \frac{84 + 75 + 70}{105} = \frac{229}{105}$$

Cabe destacar que si realizamos el proceso de dividir el $m.c.m$ entre cada denominador y luego multiplicamos ese resultado por el numerador, obtenemos el mismo resultado, **SOLO EN EL CASO** que los denominadores sean primos entre sí.

EJERCICIOS PROPUESTOS

1. Efectúa y simplifica siempre que sea posible:

(a.) $\frac{9}{10} + \frac{4}{15} + \frac{12}{75}$

(b.) $2 + 10\frac{7}{9} + 5\frac{7}{18}$

(c.) $\left(\frac{1}{4} + 3\frac{5}{16}\right) + \left(4 + \frac{3}{2}\right)$

(d.) $7\frac{1}{4} + 2\frac{2}{3} + 3$

(e.) $\left(1 + 2\frac{1}{8}\right) + \left(\frac{5}{12} + \frac{3}{2}\right)$

(f.) $5\frac{3}{7} + 10 + \frac{11}{84}$

(g.) $\left(\frac{1}{3} + \frac{2}{5} + \frac{3}{2}\right) + \frac{1}{6}$

(h.) $17 + 11\frac{2}{9}$

(i.) $\left(\frac{1}{2} + 2 + 6\frac{2}{3}\right) + \left(\frac{1}{10} + \frac{7}{5}\right)$

(j.) $4\frac{3}{4} + 5\frac{2}{5} + 8\frac{1}{10}$

(k.) $12\frac{5}{6} + \left(\frac{8}{72} + \frac{5}{36}\right)$

(l.) $1\frac{1}{60} + 4\frac{1}{30} + 3\frac{1}{45}$

2. Resuelve los siguientes problemas:

- (a.) Una hormiga camina $3\frac{1}{2}$ metros un día, $5\frac{2}{3}$ metros al 2do. día, 2 metros al 3er. día y $\frac{5}{8}$ metros al 4to. día para llegar a su hormiguero. ¿Cuánto ha recorrido en los cuatro días?

- (b.) Cinco personas pesan $180\frac{3}{4}$, $55\frac{1}{2}$, $20\frac{1}{6}$, $72\frac{1}{12}$ y $15\frac{5}{8}$ kilogramos, respectivamente. ¿Cuánto pesan entre los cinco?
- (c.) Luisa compra en el mercado $\frac{9}{5}$ kg de carne, $\frac{7}{2}$ kg de granos y $\frac{11}{3}$ kg de café. ¿Cuántos kg de productos compró?
- (d.) Una familia gasta Bs. $105\frac{2}{9}$ en pagar los servicios básicos, Bs. $301\frac{3}{15}$ en comida y Bs. $\frac{87}{4}$ en ropa. ¿Cuánto gasta la familia en total?
- (e.) Un estudiante emplea la cuarta parte del día en estudiar, la quinta parte en hacer ejercicios y la novena parte en divertirse. ¿Qué tiempo emplea en estudiar, hacer ejercicios y divertirse?

RESPUESTAS A LOS EJERCICIOS PROPUESTOS

1.

- (a.) $\frac{199}{150} = 1\frac{49}{150}$ (b.) $18\frac{1}{6}$ (c.) $\frac{145}{16} = 9\frac{1}{16}$
- (d.) $12\frac{11}{12}$ (e.) $\frac{121}{24} = 5\frac{1}{24}$ (f.) $\frac{1307}{84} = 15\frac{47}{84}$
- (g.) $\frac{12}{5} = 2\frac{2}{5}$ (h.) $28\frac{2}{9}$ (i.) $\frac{32}{3} = 10\frac{2}{3}$
- (j.) $18\frac{1}{4}$ (k.) $\frac{157}{12} = 13\frac{1}{12}$ (l.) $\frac{1453}{180} = 8\frac{13}{180}$

2.

- (a.) Ha recorrido $11\frac{19}{24}$ metros en los cuatro días
- (b.) Los cinco juntos pesan $344\frac{1}{8}$ kilogramos
- (c.) Compró $8\frac{29}{30}$ kg de productos
- (d.) La familia gasta Bs. $428\frac{31}{180}$ en total
- (e.) El estudiante emplea $\frac{101}{180}$ del día en las tres cosas