

ADICIÓN DE NÚMEROS RACIONALES

Supongamos que tomaste $\frac{7}{8}$ de una botella de jugo el lunes, $\frac{2}{5}$ de una botella el martes y $\frac{3}{2}$ de una botella el miércoles. ¿Podrías identificar cuál de las fracciones está mal hecha, y se puede escribir las fracciones con un denominador común? Además, ¿podrías sumar estas fracciones? Después de completar este concepto, serás capaz de realizar estas tareas de manera que se puede averiguar cuántas botellas de jugo tomaste en total durante los tres días.



La adición de números racionales

Para sumar números racionales, debemos primero recordar cómo volver a escribir números mixtos como fracciones impropias. Comienza multiplicando el denominador del número mixto por todo el valor. Suma el numerador para este producto. Este valor es el numerador de la fracción impropia. El denominador es el original.

Ejemplo A

Escribe $11\frac{2}{3}$ como una fracción impropia:

$3 \times 11 = 33 + 2 = 35$ Este es el numerador de la fracción impropia.

Respuesta: $11\frac{2}{3} = \frac{35}{3}$

Ahora que sabemos cómo reescribir un número mixto como una fracción impropia, podemos empezar a sumar los números racionales. Hay algo importante que recordar a la hora de hacer una suma o resta de números racionales: Los denominadores deben ser equivalentes.

En general se define la **suma de dos números racionales** que tienen igual denominador, como otro número racional de igual denominador y cuyo numerador es la suma de los numeradores

Como los numeradores son números enteros, puede ser que sus signos sean iguales o diferentes.

Considera dos casos:

- a. Los números $\frac{a}{c}$ y $\frac{b}{c}$ tienen el mismo signo entonces
 - Se ignora el signo (se toman los valores absolutos)

- Se suman los valores absolutos.
 - Se coloca el signo en común
- b. Los números $\frac{a}{c}$ y $\frac{b}{c}$ tienen signos diferentes entonces
- Se ignoran los signos (se toman los valores absolutos)
 - Se resta el numerador menor del numerador mayor y se coloca como denominador el denominador común.
 - Se coloca el signo del número que tiene mayor valor absoluto.

La **propiedad aditiva de las fracciones:** Para todos los números reales a , b y c

$$\frac{a}{c} + \frac{b}{c} = \frac{a+b}{c}$$

Ejemplo B

Suma las siguientes fracciones (números racionales):

$$\frac{1}{3} + \frac{2}{3} =$$

Respuesta: Dado que los denominadores son iguales, podemos seguir adelante y sumar los numeradores:

$$\frac{1}{3} + \frac{2}{3} = \frac{1+2}{3} = \frac{3}{3} = 1$$

Propiedades algebraicas de adición

Dado que estas propiedades se aplican a todos los números reales, se aplican a las fracciones o números racionales así.

La **propiedad conmutativa de la suma:** Para todos los números reales a y b ,
 $a + b = b + a$.

Comutar significa cambiar de lugar, por lo que la propiedad conmutativa de la suma le permite reorganizar los objetos en un problema de suma.

La **propiedad asociativa de la suma:** Para todos los números reales a , b y c ,
 $(a + b) + c = a + (b + c)$

Para *asociar* los medios para agrupar, por lo que la propiedad asociativa de la suma le permite reagrupar los objetos en un problema de suma.

La **propiedad de identidad o elemento neutro de la suma:** Para cualquier número real a , $a + 0 = a$

Otra forma es que a veces un número racional es un número decimal, como 2,5, 30,01 o 2,9999. Vamos a practicar algunas de las propiedades anteriores con números racionales en sus diferentes formas.

Ejemplo C

Para convencernos de que las propiedades algebraicas son ciertas, en este ejercicio vamos a comprobar si las siguientes ecuaciones son iguales:

. a) Propiedad conmutativa: $2.5+3.5=3.5+2.5$

. b) Propiedad asociativa: $\frac{1}{9} + \left(\frac{2}{9} + \frac{5}{9}\right) = \left(\frac{1}{9} + \frac{2}{9}\right) + \frac{5}{9}$

Respuesta:

a.) Comprobaremos cada lado por separado para ver si son iguales a la misma cosa.

$$2.5+3.5=6$$

$$3.5+2.5=6$$

Así llegamos a la conclusión de que la igualdad se cumple.

b.) Comprobamos cada lado de la ecuación aquí también.

$$\frac{1}{9} + \left(\frac{2}{9} + \frac{5}{9}\right) = \frac{1}{9} + \frac{7}{9} = \frac{8}{9}$$

$$\left(\frac{1}{9} + \frac{2}{9}\right) + \frac{5}{9} = \frac{3}{9} + \frac{5}{9} = \frac{8}{9}$$

Así llegamos a la conclusión de que la igualdad se cumple.

Los denominadores comunes

Para sumar dos fracciones, deben tener un **denominador común**. Esto significa que deben tener el mismo número en el denominador. Si dos fracciones que se suman no tienen denominadores comunes, una o ambas de las fracciones se pueden cambiar para que tengan denominadores comunes. En general, cuando dos fracciones tienen diferentes denominadores, se utiliza el patrón de abajo.

$$\frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \cdot \frac{d}{d} + \frac{c}{d} \cdot \frac{b}{b} = \frac{a \cdot d + b \cdot c}{b \cdot d}$$

Para entender cómo funciona esto, consulte el siguiente ejemplo.

Ejemplo D

Encuentra denominadores comunes y luego suma las fracciones

Sigue el patrón, es decir, multiplica la parte superior e inferior de cada fracción por el denominador de la otra fracción:

$$\frac{2}{11} + \frac{1}{3} = \frac{2 \cdot 3}{11 \cdot 3} + \frac{1 \cdot 11}{3 \cdot 11} = \frac{6 + 11}{33} = \frac{17}{33}$$

Volviendo al problema original

Supongamos que tomaste $\frac{7}{8}$ de una botella de jugo el lunes, $\frac{2}{5}$ de una botella el martes y $\frac{3}{2}$ de una botella el miércoles. ¿Podrías identificar cuál de las fracciones está mal hecha, y se puede escribir las fracciones con un denominador común? Además, ¿podrías sumar estas fracciones? Después de completar este concepto, serás capaz de realizar estas tareas de manera que se puede averiguar cuántas botellas de jugo tomaste en total durante los tres días.

Podrás observar que la fracción $\frac{3}{2}$, de acuerdo a la definición, se divide el entero que en este caso es la botella de jugo en 2 partes como indica el denominador y se están tomando 3 como indica el numerador pero no puedes tomar 3 si tienes solo 2, por lo tanto esta fracción está mal hecha para este caso.

Si se tienen $\frac{7}{8}$, $\frac{2}{5}$ y $\frac{3}{2}$ y queremos llevarlas a un factor común:

$$\frac{7}{8} \cdot \frac{5}{5} = \frac{35}{40} \quad \frac{2}{5} \cdot \frac{8}{8} = \frac{16}{40} \quad \frac{3}{2} \cdot \frac{20}{20} = \frac{60}{40}$$

Así resulta más fácil sumarlas

$$\frac{35}{40} + \frac{16}{40} + \frac{60}{40} = \frac{35 + 16 + 60}{40} = \frac{111}{40}$$

Respuesta: a. $\frac{3}{2}$, b. $\frac{35}{40}$, $\frac{16}{40}$ y $\frac{60}{40}$, c. $\frac{111}{40}$

EJERCICIOS RESUELTOS

1. Suma las siguientes fracciones

$$4\frac{1}{7} + \frac{1}{7} =$$

$$4\frac{1}{7} + \frac{1}{7} = \frac{29}{7} + \frac{1}{7} = \frac{30}{7}$$

$$4 \times 7 + 1 = 29$$

Respuesta: $\frac{30}{7}$

2. Encuentra denominadores comunes y luego suma las fracciones.

$$\frac{1}{5} + \frac{3}{10} =$$

En este ejercicio, el denominador 10 es un múltiplo del otro denominador, 5. No hay necesidad de cambiar la fracción con un denominador de 10. Simplemente se debe multiplicar la parte superior y la parte inferior de la primera fracción con el fin de hacer que su denominador 10:

$$\frac{1}{5} + \frac{3}{10} = \frac{1 \times 2}{5 \times 2} + \frac{3}{10} = \frac{2}{10} + \frac{3}{10} = \frac{5}{10} = \frac{1}{2}$$

Respuesta: $\frac{1}{2}$

3. Lleva a cabo la adición de números racionales y da la respuesta final como una fracción mixta.

$$5\frac{1}{3} + 2\frac{3}{4} =$$

$$5\frac{1}{3} + 2\frac{3}{4} = \frac{16}{3} + \frac{11}{4} = \frac{16.4}{3.4} + \frac{11.3}{4.3} = \frac{64 + 33}{12} = \frac{97}{12}$$

Como la respuesta tiene que ser como fracción mixta

$$97 \overline{) 12}$$

$$1 \quad 8$$

el cociente es la parte entera y el resto continua dividiendo al divisor

Respuesta: $8\frac{1}{12}$

4. Determina la suma de las fracciones. Simplifica la respuesta

$$\frac{1}{6} + \frac{1}{4} =$$

$$\frac{1}{6} + \frac{1}{4} = \frac{1.4}{6.4} + \frac{1.6}{4.6} = \frac{4}{24} + \frac{6}{24} = \frac{4+6}{24} = \frac{10}{24}$$

Simplificando $\frac{10 \div 2}{24 \div 2} = \frac{5}{12}$

Respuesta: $\frac{5}{12}$

5. Determina la siguiente suma de fracciones
 $-3\frac{1}{3} + (-2\frac{3}{4}) =$

$$\begin{aligned} -3\frac{1}{3} + (-2\frac{3}{4}) &= -\frac{8}{3} + (-\frac{5}{4}) = -\frac{8.4}{3.4} + (-\frac{5.3}{4.3}) \\ &= \frac{-32}{12} + (\frac{-15}{12}) = \frac{-32-15}{12} \\ &= \frac{-47}{12} \end{aligned}$$

Respuesta: $\frac{-47}{12}$ o $-(3\frac{11}{12})$

6. Evalúa la expresión para $v=5.8$
 $9.1+v=$

$$9.1+v=9.1+5.8=\frac{9.1 \times 10}{10} + \frac{5.8 \times 10}{10} = \frac{91+58}{10} = \frac{149}{10}$$

Respuesta: $\frac{149}{10}$

7. Simplifica la fracción $\frac{45}{20}$

Dividiendo el numerador y el denominador entre 5

$$\frac{45 \div 5}{20 \div 5} = \frac{9}{4}$$

Respuesta: $\frac{9}{4}$

8. Reducir a un denominador común las fracciones $\frac{7}{9}$ y $\frac{5}{12}$

Multiplicando numerador y denominador de la primera por 12 y la segunda por 9

$$\frac{7.12}{9.12} = \frac{84}{108}$$

$$\frac{5.9}{12.9} = \frac{45}{108}$$

Tienen el mismo denominador y son equivalentes

Respuesta: $\frac{84}{108}$ y $\frac{45}{108}$

Glosario

La suma de dos números racionales que tienen igual denominador, como otro número racional de igual denominador y cuyo numerador es la suma de los numeradores.

Número racional: es el cociente de dos números enteros $\frac{a}{b}$ con $b \neq 0$

Denominador común: es cuando dos o más fracciones tienen el mismo número como denominador.

Propiedad Conmutativa de la adición: el orden de colocación de los sumandos no altera la suma

Propiedad asociativa de la adición: la forma de agrupar los sumandos no cambia el resultado.

Propiedad de identidad o elemento neutro de la suma: Para cualquier número real a , $a+0=a$

Otras Referencias

http://www.vitutor.com/di/r/ejercicios_fracciones.html

