

ADICIÓN DE POLINOMIOS

¿Alguna vez has visto un edificio con forma de pirámide? Echa un vistazo a este dilema.



"Un edificio en forma piramidal tiene pisos rectangulares que se hacen más pequeños a medida que subes en él. Si el piso 87 tiene un largo de $6x + 16$ y un ancho de 28, y el largo y ancho de los pisos disminuyen en 4 a medida que subes, calcula el área para el piso 87, 88 y 89."

Para resolver este problema tendrás que entender lo que es el área y aprender a sumar polinomios. Al final de esta lección serás capaz de resolverlo.

Ya sabes que un *polinomio* es una expresión algebraica que está compuesta por la suma de *monomios*.

Para sumar polinomios, primero repasa cómo sumar números enteros con muchos dígitos.

Suma los números 5026 y 3210.

Puedes sumarlo así, ¿no es cierto?

$$\begin{array}{r} 5026 \\ +3210 \\ \hline 8236 \end{array}$$

Si lo piensas bien, puedes verlo de la siguiente manera también.

		<i>Unidades de mil</i>	<i>Centenas</i>	<i>Decenas</i>	<i>Unidades</i>
5026	→	5000		20	6
+ 3210	→	+ 3000	200	10	
8236	←	8000	+ 200	+ 30	+ 6

Aquí puedes ver que 5026 es igual a $5000 + 20 + 6$. Y que 3210 es igual a $3000 + 200 + 10$.

Cada uno de los lugares similares han sido alineados verticalmente (uno encima del otro), de modo que 3000 está por debajo de 5000 en las unidades de mil y 10 está por debajo de 20 en el lugar de las decenas. También, 200 está ubicado en las centenas solo, porque no hay centenas que sumar en 5026. Del mismo modo, 6 está solo en el lugar de las unidades porque 3210 no tiene unidades que sumar. Esto te puede servir para lo que vas a aprender hoy.

¿Te acuerdas de cómo identificar los términos semejantes de un polinomio?

Los términos semejantes tienen exactamente la(s) misma(s) variable(s) con los mismo(s) exponente(s). Cuando los términos son iguales, puedes combinarlos mediante la adición de sus coeficientes.

$$5x^3 + 9x^3 = 14x^3$$

Los polinomios se pueden sumar de la misma manera que hemos sumado 5026 y 3210.

Echa un vistazo.

Suma los polinomios $(7x^2 + 9x - 5)$ y $(6x^2 + 3x + 10)$.

$$\begin{array}{r} (7x^2 + 9x - 5) \rightarrow 7x^2 + 9x + -5 \\ + \\ (6x^2 + 3x + 10) \rightarrow 6x^2 + 3x + 10 \\ \hline 13x^2 + 12x + 5 \leftarrow 13x^2 + 12x + 5 \end{array}$$

Los términos fueron alineados verticalmente, uno encima del otro. Observa que el signo negativo en -5 se mantuvo con el número 5. Ten cuidado al sumar los números enteros negativos.

Un segundo método para la adición de polinomios es horizontalmente. Así como puedes sumar $6 + 19 = 25$ sin colocar un sumando encima del otro verticalmente. Sumemos dos polinomios horizontalmente.

$$\begin{aligned} &= (7x^2 + 3x - 11) + (3x^2 - 9x + 5) \\ &= 7x^2 + 3x - 11 + 3x^2 - 9x + 5 \\ &= 10x^2 - 6x - 6 \end{aligned}$$

Paso 1: escribir sin paréntesis.

Paso 2: combinar términos semejantes.

En el paso 1, el polinomio se puede escribir sin paréntesis porque los paréntesis sirven sólo para mostrar la separación de los polinomios. Tenemos que tener cuidado para reconocer y combinar términos semejantes correctamente.

Este método puede ser un poco más complicado. Si aún no te sientes diestro, suma los polinomios verticalmente primero.

Suma los siguientes polinomios.

Ejemplo A

$$(4x^2 + 7x - 2) + (3x^2 + 2x - 1)$$

Respuesta: $7x^2 + 9x - 3$

Ejemplo B

$$(-4x^2 + 7x - 2) + (-7x^2 + 3x - 17)$$

Respuesta: $-11x^2 + 10x - 19$

Ejemplo C

$$(4xy + 7x - 2) + (-19xy - 17x - 9)$$

Respuesta: $-15xy - 10x - 11$

Ahora vuelve al dilema al principio del concepto

Aquí está el área para los tres pisos planteados y el área total (la suma de los tres).

$$\text{Área Piso 87} = 28(6x + 16) = 168x + 448$$

$$\text{Área Piso 88} = (28 - 4)(6x + 16 - 4) = 24(6x + 12) = 144x + 288$$

$$\text{Área piso 89} = (28 - 4 - 4)(6x + 16 - 4 - 4) = 20(6x + 8) = 120x + 160$$

$$\begin{aligned} \text{Área total} &= (168x + 448) + (144x + 288) + (120x + 160) \\ &= 168x + 448 + 144x + 288 + 120x + 160 \\ &= 432x + 896 \end{aligned}$$

Para sumar dos o más polinomios, escribir su suma y simplificarlos combinando términos semejantes.

Ejemplo D

Suma y simplifica los polinomios resultantes.

(a) $3x^2 - 4x + 7$ y $2x^3 - 4x^2 - 6x + 5$.

(b) $x^2 - 2xy + y^2$ y $2y^2 - 4x^2$ y $10xy + y^3$.

Respuesta: (a) $3x^2 - 4x + 7$ y $2x^3 - 4x^2 - 6x + 5$

$$= (3x^2 - 4x + 7) + (2x^3 - 4x^2 - 6x + 5)$$

Agrupar términos semejantes = $2x^3 + (3x^2 - 4x^2) + (-4x - 6x) + (7 + 5)$

Simplifica = $2x^3 - x^2 - 10x + 12$

Respuesta: (b) $x^2 - 2xy + y^2$ y $2y^2 - 3x^2$ y $10xy + y^3$

$$= (x^2 - 2xy + y^2) + (2y^2 - 3x^2) + (10xy + y^3)$$

Agrupar términos semejantes = $(x^2 - 3x^2) + (y^2 + 2y^2) + (-2xy + 10xy) + y^3$

Simplifica = $2x^2 + 3y^2 + 8xy + y^3$

EJERCICIOS RESUELTOS

1. Suma los polinomios $(-2x^3 + 9x^2 - 3)$
y $(8x^2 + 5x - 14)$.

$$\begin{array}{r} (-2x^3 + 9x^2 - 3) \rightarrow -2x^3 + 9x^2 + + -3 \\ +(8x^2 + 5x - 14) \rightarrow + 8x^2 + 5x + -14 \\ \hline -2x^3 + 17x^2 + 5x - 17 \leftarrow -2x^3 + 17x^2 + 5x + -17 \end{array}$$

Cada uno de los términos se alineó de nuevo verticalmente.

Observa que esta vez hay un espacio debajo de $-2x^3$. Esto se debe a que el segundo polinomio no tiene término cuadrático.

Encima de $5x$ también hay un espacio, porque para el primer polinomio no existe término lineal. Finalmente sumamos las dos constantes.

Resultado: $-2x^3 + 17x^2 + 5x - 17$

2. Suma los siguientes pares de polinomios verticalmente.

$$(4x^2 + 7x - 2) + (3x - 17)$$

$$\begin{array}{r} 4x^2 + 7x - 2 \\ 3x - 17 \\ \hline \end{array}$$

$$4x^2 + 10x - 19$$

Respuesta: $4x^2 + 10x - 19$

3. Suma los siguientes pares de polinomios verticalmente.

$$(-4x^4 - x^3 + 8) + (-2x^3 + 5x + 6)$$

$$\begin{array}{r} -4x^4 - x^3 + 0x^2 + 0x + 8 \\ -2x^3 + 0x^2 + 5x + 6 \\ \hline \end{array}$$

$$-4x^4 - 3x^3 + 0x^2 + 5x + 14$$

Respuesta: $-4x^4 - 3x^3 + 5x + 14$

4. Suma los siguientes pares de polinomios verticalmente.

$$(10x^3 - 4x^2 - 2x + 5) + (-x^2 + 9x - 5)$$

$$\begin{array}{r} 10x^3 - 4x^2 - 2x + 5 \\ -x^2 + 9x - 5 \\ \hline \end{array}$$

$$10x^3 - 5x^2 + 7x + 0$$

Respuesta: $10x^3 - 5x^2 + 7x$

5. Suma los siguientes pares de polinomios verticalmente.

$$(6x^2 + 5x + 9) + (4x^2 + 3x + 6)$$

$$\begin{array}{r} 6x^2 + 5x + 9 \\ 4x^2 + 3x + 6 \\ \hline \end{array}$$

$$10x^2 + 8x + 15$$

Respuesta: $10x^2 + 8x + 15$

6. Suma los siguientes pares de polinomios verticalmente.
- $$\begin{array}{r} 9x^2 - 3x + 4 \\ 6x^2 - 9x + 2 \\ \hline \end{array}$$

$$(9x^2 - 3x + 4) + (6x^2 - 9x + 2)$$

$$15x^2 - 12x + 6$$

Respuesta: $15x^2 - 12x + 6$

7. Suma los siguientes pares de polinomios horizontalmente.

$$(-3x - 8) + (15x + 5)$$

$$(-3x - 8) + (15x + 5) =$$

Agrupando los términos semejantes

$$(-3x + 15x) + (-8 + 5) = 12x - 3$$

Respuesta: $12x - 3$

8. Suma los siguientes pares de polinomios horizontalmente.

$$(x^4 + 7x^3 - 2x + 7) + (-8x^3 + 9x^2 - 4)$$

$$(x^4 + 7x^3 - 2x + 7) + (-8x^3 + 9x^2 - 4)$$

Agrupando los términos semejantes

$$x^4 + (7x^3 - 8x^3) + 9x^2 - 2x + (7 - 4) =$$

$$x^4 - x^3 + 9x^2 - 2x + 3$$

Respuesta: $x^4 - x^3 + 9x^2 - 2x + 3$

9. Suma los siguientes pares de polinomios horizontalmente.

$$(4x^2y - 3x^2y^2 + 7xy) + (9x^2y^2 - 5xy + 3x^2)$$

$$(4x^2y - 3x^2y^2 + 7xy) + (9x^2y^2 - 5xy + 3x^2)$$

Agrupando los términos semejantes

$$= 4x^2y + (-3x^2y^2 + 9x^2y^2) + (7xy - 5xy) + 3x^2$$

$$= 4x^2y + 6x^2y^2 + 2xy + 3x^2$$

Respuesta: $4x^2y + 6x^2y^2 + 3x^2 + 2xy$

10. Suma los siguientes pares de polinomios horizontalmente.

$$(5xy - 3x + 19) + (4xy - 9x - 22)$$

$$(5xy - 3x + 19) + (4xy - 9x - 22) =$$

Agrupando los términos semejantes

$$(5xy + 4xy) + (-3x - 9x) + (19 - 22) =$$

$$9xy - 12x - 3$$

Respuesta: $9xy - 12x - 3$

Glosario

Polinomio. La suma de varios monomios.

Términos semejantes. Términos con exactamente la(s) misma(s) variable(s) con la(s) misma(s) potencia(s).

Área. El espacio dentro de un objeto o superficie. Se mide en unidades cuadradas.

Otras Referencias

http://www.vitutor.com/ab/p/p_e.html

<http://matematicaylisto.webcindario.com/polinomios/operacio/suma.htm>

<http://matematica1.com/suma-y-resta-de-polinomios/>

