Materia: Matemáticas de 4to año

Tema: Propiedades de las funciones exponenciales

Marco Teórico

En esta lección usted aprenderá sobre **las funciones exponenciales,** una familia de funciones distintas a las otras familias de funciones debido a que la variable x es el exponente. Por ejemplo, las funciones $f(x) = 2^{x}$ y $g(x) = 100(2)5^{x}$ son funciones exponenciales.

Evaluación de funciones exponenciales
Considere la función $f(x) = 2^{x}$. Al introducir un valor para x, encontramos el valor de la función elevando 2 al exponente de x. Por ejemplo, si $x = 3$, tenemos que $f(3) = 2^{3} = 8$.
Si elegimos valores más grandes de x, obtendremos valores de la función de mayor tamaño, como los valores de la función serán las grandes potencias de 2. Por ejemplo, $f(10) = 2^{10} = 1024$.
Si optamos por valores más pequeños de x, terminaremos rápidamente con fracciones. Por ejemplo, si $x = 0$, tenemos que $f(0) = 2^{0} = 1$. Si $x = -3$, tenemos $f(-3) = 2^{-3} = \left(\frac{1}{2}\right)^{3} = \frac{1}{8}$.Si elegimos más pequeños y más pequeños x valores, los valores de la función serán más pequeñas y las fracciones más pequeñas. Por ejemplo, si $x = -10$, tenemos $f(-10) = 2^{-10} = \left(\frac{1}{2}\right)^{10} = \frac{1}{1024}$. Tenga en cuenta que ninguna de las x los valores que elegimos se traducirá en un valor de la función de "0", ya que el numerador de la fracción será siempre 1. Esto nos dice que mientras que el dominio de esta función es el conjunto de todos los números reales, el intervalo se limita al conjunto de números reales positivos.
En general, si tenemos una función de la forma $f(x) = a^{x}$, donde *una* es un número real positivo, el dominio de la función es el conjunto de todos los números reales, y el intervalo se limita al conjunto de positivo números reales. Este dominio restringido tendrá como resultado una forma específica de la gráfica.
Resolución de ecuaciones exponenciales
Solución de una ecuación exponencial significa determinar el valor de x para un valor de la función dada. La solución a la ecuación $2^{x} = 8$ es el valor de x que hace que la ecuación de una declaración verdadera, para ello $x = 3$, ya que $2^{3} = 8$.

Ejemplo A

Resuelva para x : $3(2^{x+1}) = 24$.

Solución

Podemos resolver esta ecuación por escrito ambos lados de la ecuación como una potencia de 2:

$$3(2^{x+1}) = 24$$

$$\frac{3(2^{x+1})}{3} = \frac{24}{3}$$

$$2^{x+1} = 8$$

$$2^{x+1} = 2^3$$

Para resolver la ecuación ahora, recordar una característica de exponentes: si $b^x = b^y$, entonces $x = y$. Es decir, si dos potencias de la misma base son iguales, los exponentes deben ser iguales. Esta propiedad nos dice cómo resolver:

$$2^{x+1} = 2^3$$

$$\Rightarrow x + 1 = 3$$

$$x = 2$$

Ejemplo B

Para la función $g(x) = 3^x$, encontrar g (2), g (4), g (0), g (-2), g (-4).

Solución:

$$g(2) = 3^2 = 9$$

$$g(4) = 3^4 = 81$$

$$g(0) = 3^0 = 1$$

$$g(-2) = 3^{-2} = \frac{1}{3^2} = \frac{1}{9}$$

$$g(-4) = 3^{-4} = \frac{1}{3^4} = \frac{1}{81}$$

Los valores de la función $g(x) = 3^x$ comportan igual que los de $f(x) = 2^x$: si elegimos valores más grandes, tenemos valores de la función cada vez más grandes. Si $x = 0$, el valor de la función es 1. Y, si elegimos cada vez más pequeños x valores, los valores de la función serán más pequeñas y las fracciones más pequeñas. Además, la gama de $g(x)$ se limita a valores positivos.