Materia: Matemática de Tercer Año.

Tema: Multiplicación y división con signos de agrupación

Objetivo

Familiarizar a los estudiantes con los subconjuntos de los números reales y revisar sus propiedades.

Cola de revisión

1. Escribe un ejemplo de cada uno de los siguientes casos: una fracción, un decimal, un entero, y una raíz cuadrada.

2. ¿Te acuerdas de orden de las operaciones? ¿Cuáles son?

3. ¿Cuál fracción es mayor?

a) $\frac{5}{6}$ o $\frac{1}{2}$

b) $\frac{1}{4}$ o $\frac{1}{3}$

c) $\frac{6}{7}$ o $\frac{7}{9}$

Subconjuntos de los números reales

Objetivo

Identificar los subconjuntos de los números reales.

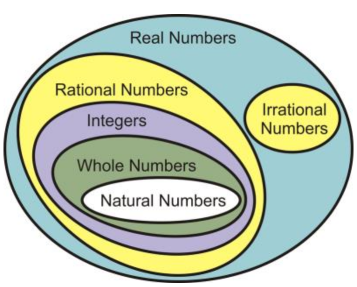
Marco Teórico

Hay varios tipos de números reales. Probablemente estás familiarizado con fracciones, decimales, números enteros, números enteros y las raíces, incluso cuadrados. Todos estos tipos de los números son números reales. Hay dos grandes tipos de números:

reales y complejos. Nos ocuparemos de los números complejos (imaginarios) en el capítulo de funciones cuadráticas.

Números reales	**Cualquier número que puede ser trazada en una recta numérica. *Símbolo:*** $\mathbb{R}$	***Ejemplos:*** $8, 4.67, -\frac{1}{3}, \pi$
Números racionales	Cualquier número que se puede escribir como fracción, incluyendo decimales que se repiten. *Símbolo:* $\mathbb{Q}$	*Ejemplos:* $-\frac{5}{9}, \frac{1}{8}, 1.\overline{3}, \frac{16}{4}$
Números irracionales	Los números reales que no son racionales. Cuando se escribe como un decimal, estas cifras no terminan ni repetir.	*Ejemplo:* $e, \pi, -\sqrt{2}, \sqrt[3]{5}$
Enteros	Todos los números positivos y negativos "contar" y cero. *Símbolo:* $\mathbb{Z}$	*Ejemplo:*-4, 6, 23, -10
Números enteros	Todos los números positivos "recuento" y cero.	*Ejemplo:* 0, 1, 2, 3, ...
Números naturales	Todos los números positivos "recuento". *Símbolo:* $\mathbb{N}$	*Ejemplo:* 1, 2, 3, ...

Los números reales se pueden agrupar de la siguiente manera:



Ejemplo A

¿Cuál es el subconjunto más específico de los números reales al que -7 pertenezca?

Solución: -7 es un número entero.

Ejemplo B

Lista todos los subconjuntos a los cuales pertenece 1.3 pulg

Solución: 1,3 es un decimal finito. Por lo tanto, se considera un número racional. También sería un número real.

Ejercicios Resueltos

1. ¿Qué tipo de número real es $\sqrt{5}$?

2. Liste todos los subconjuntos a los que pertenezca -8.

3. Verdadero o Falso: $-\sqrt{9}$es un número irracional.

Respuestas

1. $\sqrt{5}$ es un número irracional, porque, cuando se convierte a un número decimal, este no termina ni se repite.

2. -8 Es un entero negativo. Por lo tanto, es un número racional y un número real.

3. $-\sqrt{9} = -3$, que es un número entero. La afirmación es falsa.

Vocabulario

Subconjunto

Un conjunto de números que se encuentran en un grupo más grande de los números.

Números reales

Cualquier número que puede ser trazada en una recta numérica.

Números racionales

Cualquier número que se puede escribir como fracción, incluyendo decimales que se repiten.

Números irracionales

Los números reales que no son racionales. Cuando se escribe como un decimal, estas cifras no terminan ni repetir.

Enteros

Todos los números positivos y negativos "recuento" y cero.

Números enteros

Todos los números positivos "recuento" y cero.

Números naturales o números contables

Los números que se pueden contar con los dedos, 1, 2, 3, 4, ...

Terminar Decimal

Cuando un número decimal termina.

Repitiendo Decimal

Cuando un número decimal se repite en un patrón. 1.666 ..., 0,98989898 ...son ejemplos de decimales que se repiten.

Ejercicios

¿Cuál es el subconjunto más específico de los números reales a los cuales pertenecen los siguientes números?

1. 5.67
2. $-\sqrt{6}$
3. $\frac{9}{5}$

4. 0
5. -75
6. $\sqrt{16}$

Lista todos los subconjuntos a los cuales pertenezcan los siguientes números.

7. 4
8. $\frac{6}{9}$
9. π

Determina si las siguientes afirmaciones son verdaderas o falsas.

10. Los enteros son números racionales.
11. Cada número entero es un número real.
12. Los enteros son números irracionales.
13. Un número natural es un número racional.
14. Un número irracional es un número real.
15. Cero es un número natural.

Orden de los números reales

Objetivo

Añadir y comparar números reales en orden y de acuerdo a las instrucciones dadas.

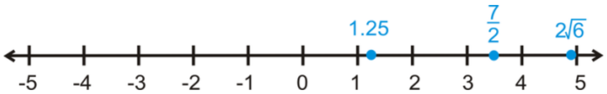
Marco Teórico

Los números reales pueden ser listados en orden, incluso si son diferentes tipos de números reales. La forma más sencilla de hacerlo es convertir a decimales.

Ejemplo A

Represente $1.25, \frac{7}{2}$ y $2\sqrt{6}$ en una recta numérica.

Solución: Una forma de comparar los números es utilizando una recta numérica. Para representar estos números, debe convertirlos todos a decimales. $1.25, \frac{7}{2} = 3.5$, y $2\sqrt{6} \approx 4.899$(El símbolo $\approx$ significa *aproximadamente*.) Dibuje la recta numérica y grafique los puntos. Recordemos que 0 se llama origen.



Dependiendo de la escala, puede tener marcas de control entre números enteros o sólo valores enteros. La colocación de cada número en la recta numérica es una representación aproximada de cada número.

Ejemplo B

Liste $\frac{3}{4}, 1.23, \sqrt{2}, \frac{2}{3}, 1$y $\frac{8}{7}$en orden de menor a mayor.

Solución: En primer lugar, escribe cada número en forma decimal.

$\frac{3}{4} = 0.75, 1.23, \sqrt{2} \approx 1.4142, \frac{2}{3} = 0.6\overline{6}, 1, \frac{8}{7} = 1.\overline{142857}$. Ahora, escriba los decimales en orden, comenzando con el más pequeño y finalizando con la más grande: $0.6667, 0.75, 1, 1.1428, 1.23, 1.4142$

Por último, intercambia los decimales con los números originales: $\frac{2}{3}, \frac{3}{4}, 1, \frac{8}{7}, 1.23, \sqrt{2}$

Ejemplo C

Rellene el espacio en blanco entre $-\frac{5}{3}$______ $-\frac{\pi}{2}$con <,> o =.

Solución: Escriba ambos números en forma decimal $-\frac{5}{3} = -1.6\overline{6}, -\frac{\pi}{2} \approx -1.57079$. Esto significa que $-\frac{\pi}{2}$ es el número más grande, así que $-\frac{5}{3} < -\frac{\pi}{2}$.

Ejercicios Resueltos

1. Liste $-\frac{1}{4}, \frac{3}{2}, -\sqrt{3}, \frac{3}{5}$y 2 en orden de mayor a menor.

2. Comparar $\sqrt{7}$y 2,5 utilizando <,> o =.

Respuestas

1. . Escriba todos los números reales como decimales $-\frac{1}{4} = -0.25, \frac{3}{2} = 1.5, -\sqrt{3} \approx -1.732, \frac{3}{5} = 0.6, 2$. En orden, los números son los siguientes: $2, \frac{3}{2}, \frac{3}{5}, -\frac{1}{4}, -\sqrt{3}$

2. $\sqrt{7} \approx 2.646$. Por lo tanto, es mayor que 2,5. Cuando compara ambos números el resultado es el siguiente $\sqrt{7} > 2.5$.

Ejercicios

Ubica los siguientes números en la recta numérica. Utiliza la escala adecuada.

1. $-1, 0.3, \sqrt{2}$
2. $-\frac{1}{4}, -2\frac{1}{2}, 3.15$
3. $1.4, \frac{5}{6}, \sqrt{9}$
4. $-\sqrt{6}, \frac{4}{3}, \pi$

Ordene los siguientes conjuntos de números de menor a mayor.

5. $-4, -\frac{9}{2}, -\frac{1}{3}, -\frac{1}{4}, -\pi$
6. $0, -\frac{1}{2}, \frac{4}{5}, \frac{1}{6}, -\sqrt{\frac{1}{3}}$

Ordene los siguientes conjuntos de números de mayor a menor.

7. $3.68, 4\frac{1}{2}, 5, 3\frac{11}{12}, \sqrt{10}$
8. $-2, -\frac{6}{5}, -\frac{11}{4}, -\sqrt{5}, -\sqrt{3}$

Compare cada pareja de números usando <,> y =.

9. $-\frac{1}{4}$____ $-\frac{3}{8}$
10. $\sqrt{8}$____2.9
11. $-2\frac{8}{9}$____ -2.75
12. $\frac{10}{15}$____$\frac{8}{12}$
13. $-\sqrt{50}$____ $-5\sqrt{2}$

14. $1\frac{5}{6}$_____ 1.95

15. **Calculadora Desafío** Localice el botón e de la calculadora científica. e se llama *número natural* y se utilizarán en el capítulo Funciones exponenciales y logarítmicas.
    a. Pulse el botón e. Lo que es e equivalente a?
    b. ¿Qué tipo de número real crees que $e$está?
    c. ¿Qué número es mayor? e o π?
    d. ¿Qué número es mayor? eo $\sqrt{7}$?

Propiedades algebraicas

Objetivo

Familiarizarse con las propiedades del álgebra y el Orden de Operaciones.

Marco Teórico

Las propiedades del álgebra nos permiten resolver ecuaciones matemáticas. Tenga en cuenta que estas propiedades son válidas para la suma y la multiplicación.

Propiedad	Ejemplo
Conmutativa	$a+b=b+a, ab=ba$
Asociativa	$a+(b+c)=(a+b)+c, a(bc)=(ab)c$
Identidad	$a+0=a, a\cdot 1=a$
Inverso	$a+(-a)=0, a\cdot\frac{1}{a}=1$
Distributiva	$a(b+c)=ab+ac$

De la propiedad de identidad, podemos decir que el 0 es la **identidad de la suma** y 1 es la **identidad de la multiplicación.** Del mismo modo, a partir de la Propiedad inversa, $-a$ es el **inverso de la suma** de a y $\frac{1}{a}$ es el **inverso de la multiplicación** de a porque ambas iguales a la identidad.

Ejemplo A

Identificar las propiedades utilizadas en las ecuaciones siguientes.

a) $2(4x-3)=8x-6$

b) $5 \cdot \frac{1}{5}=1$

c) $6 \cdot (7 \cdot 8)=(6 \cdot 7) \cdot 8$

Solución:

a) es un ejemplo de la propiedad distributiva,

b) es un ejemplo de la propiedad inversa, y

c) es un ejemplo de la propiedad asociativa.

Más Orientación

De la mano con las diferentes propiedades va el orden de las operaciones. El orden de las operaciones es un conjunto de directrices que permite a los matemáticos llevar a cabo los problemas de la misma manera. El orden es el siguiente:

Paréntesis hacer las operaciones entre paréntesis primero.

Exponentes A continuación, todos los exponentes deben ser evaluados.

Multiplicación / División de multiplicación y la división deben realizarse al mismo tiempo, de izquierda a derecha, debido a que son inversas entre sí.

Suma / Resta Suma y resta también se hacen juntos, de izquierda a derecha.

Ejemplo B

Simplifique $2^2+6 \cdot 3-(5-1)$.

Solución:

Paréntesis $\rightarrow$ $2^2+6 \cdot 3-4$

Exponentes $\rightarrow$ $4+6 \cdot 3-4$

Multiplicación $\rightarrow$ $4+18-4$

Añadir / Sustraer $\rightarrow$ 18

Ejemplo C

Simplifique $\frac{9-4\div2+13}{2^2\cdot3-7}$.

Solución: Piense que todo lo que se encuentra en el numerador y lo que se encuentra en el denominador esta metido entre paréntesis. El problema puede ser reescrito como $(9-4\div2+13)\div(2^2\cdot3-7)$. Cuando hay varias operaciones en un conjunto de paréntesis, utilice el orden de las operaciones dentro de cada conjunto.

$$(9-4\div2+13)\div(2^2\cdot3-7)$$
$$(9-2+13)\div(4\cdot3-7)$$
$$(7+13)\div(12-7)$$
$$20\div5$$
$$4$$

Un paréntesis también puede ser escribir dentro de otro conjunto de paréntesis. Esto se denomina *incrustación* paréntesis. Cuando un paréntesis incrustado se encuentran en un problema, es posible que aparezca entre corchetes, [], además de los paréntesis.

Ejercicios Resueltos

1. ¿Qué propiedad se está utilizando?

a) $5(c-9)=5c-45$

b) $6\cdot7=7\cdot6$

2. Utilice el orden de las operaciones para simplificar $8+[4^2-6\div(5+1)]$.

Respuestas

1. a) 5 se distribuye a cada término dentro de los paréntesis, por lo tanto, la propiedad distributiva se está utilizando.

b) A continuación, el orden no tiene importancia cuando se multiplican 6 y 7.Este es un ejemplo de la propiedad conmutativa.

2. Este es un ejemplo de paréntesis incrustado, como se discutió anteriormente. Para empezar, la simplificación del paréntesis que se encuentran dentro de los corchetes. Entonces, simplificar lo que hay dentro de los soportes de acuerdo con el orden de las operaciones.

$8+[4^2-6\div(5+1)]$
$8+[4^2-6\div 6]$
$8+[16-6\div 6]$
$8+[16-1]$
$8+15$
23

Vocabulario

Inverso Aditivo

Un número que es el signo opuesto de un número dado, de tal manera que, cuando se añade, su suma es cero.

Inverso multiplicativo

Un número que es el recíproco (y el mismo signo) de un número dado, de tal manera que, cuando se multiplica, su producto es 1.

Identidad aditiva

La identidad aditiva es cero.

Identidad multiplicativa

La identidad multiplicativa es 1.

El orden de las operaciones

Un conjunto de criterios que utiliza para simplificar expresiones matemáticas. Al simplificar una expresión, el orden es realizar todas las operaciones dentro de cualquier paréntesis primero, seguido de la evaluación de todos los exponentes. En tercer lugar, hacer todo multiplicación y la división, al mismo tiempo, de izquierda a derecha. Por último, hacer todo suma y resta a la vez, de izquierda a derecha.

Evaluar

Resolver.

Simplificar

Para combinar términos semejantes en una expresión para que sea tan "simple" como sea posible.

Ejercicios

Determinar qué propiedad algebraica se utiliza a continuación.

1. $8+5=5+8$
2. $7(x-2)=7x-14$
3. $\frac{2}{3}\cdot\frac{3}{2}=1$
4. $4\cdot(5\cdot 2)=(4\cdot 5)\cdot 2$
5. $-\frac{1}{4}+0=-\frac{1}{4}$
6. $-6+6=0$
7. ¿Cuál es el inverso aditivo de 1?
8. ¿Cuál es el inverso multiplicativo de $-\frac{1}{5}$?
9. Simplifica $6(4-9+5)$el uso de:
   a. la propiedad distributiva
   b. la Orden de las operaciones
   c. ¿Le da la misma respuesta? ¿Por qué crees que es eso?

Simplifica las siguientes expresiones usando el orden de las operaciones.

10. $12\div 4+3^3\cdot 2-10$
11. $8\div 4+(15\div 3-2^2)\cdot 6$
12. $\frac{10-4\div 2}{7\cdot 2+2}$
13. $\frac{1+20-16\div 4^2}{(5-3)^2+12\div 2}$

14. $[3+(4+7\cdot 3)\div 5]^2-47$

15. $\frac{7\cdot 4-4}{\frac{6}{2}+5}\cdot 4^2-18$

16. $6^2-[9+(7-5)^3]+49\div 7$

17. $\frac{27\div 3^2+(6-2^2)}{(32\div 8+1)\cdot 3}$

18. $6+5\cdot 2-9\div 3+4$

19. Uso # 18, inserte paréntesis para hacer que la expresión es igual a 1. Puede que tenga que utilizar más de un conjunto de paréntesis.

20. Uso # 18, inserte paréntesis para hacer que la expresión igual 23. Puede que tenga que utilizar más de un conjunto de paréntesis.