

Materia: Matemática de Octavo

Tema: Medidas de tendencia central para datos agrupados – Media Aritmética

En un examen de matemáticas con tiempo, los estudiantes resuelven un problema particular en diferentes tiempos. Cinco estudiantes resuelven el problema en 1-3 minutos, seis de ellos resuelven el problema en 4-6 minutos, diez de ellos resuelven el problema en 7-9 minutos, y tres de ellos resuelven el problema en 10-12 minutos. ¿Cómo organizas estos datos en una tabla de distribución de frecuencias y encuentras el tiempo promedio que les tomó a los estudiantes resolver este problema?

Marco teórico

Todos los valores de media que hemos calculado hasta ahora han sido para datos no agrupados. Una media también se puede determinar para **datos agrupados** o datos que se colocan en intervalos. A diferencia de los datos no agrupados, los valores individuales de los datos agrupados no están disponibles, y de esta manera no puedes calcular la suma. Para calcular la media de datos agrupados el primer paso es determinar el punto medio de cada intervalo o clase. Estos puntos medios deben entonces ser multiplicados por las frecuencias de las clases correspondientes. La suma de los productos dividida por el número total de valores será el valor de la media.

En otras palabras, la media de una población puede encontrarse dividiendo $\sum mf$ entre N , donde m es el punto medio de la clase y f es la frecuencia. Como resultado, la fórmula $\mu = \frac{\sum mf}{N}$ puede escribirse para resumir los pasos utilizados para determinar el valor de la media de un conjunto de datos agrupados. Si el conjunto de datos representa una muestra en lugar de una población, el proceso seguiría siendo el mismo pero la fórmula se escribiría como $\bar{x} = \frac{\sum mf}{n}$.

Los siguientes ejemplos muestran cómo se puede calcular la media para datos agrupados.

Ejemplo A

En la escuela de Tim hay 25 profesores. Cada profesor viaja a la escuela cada mañana en su propio coche. La distribución de los tiempos de conducción (en minutos) desde su casa a la escuela para los profesores se muestra en la siguiente tabla:

Tiempos de conducción (minutos)	Número de profesores
[0,10)	3
[10,20)	10
[20,30)	6
[30,40)	4
[40,50)	2

Los tiempos de conducción se dan para los 25 profesores, por lo que los datos son para una población. Calcula la media para los tiempos de conducción.

Paso 1: Determina el punto medio de cada clase.

Para [0,10) el punto medio es 5.

Para [10,20) el punto medio es 15.

Para [20,30) el punto medio es 25.

Para [30,40) el punto medio es 35.

Para [40,50) el punto medio es de 45.

Paso 2: Multiplica cada punto medio por la frecuencia de la clase.

Para [0,10): $(5)(3) = 15$.

Para [10,20): $(15)(10) = 150$.

Para [20,30): $(25)(6) = 150$.

Para [30,40): $(35)(4) = 140$.

Para [40,50): $(45)(2) = 90$.

Paso 3: Suma los resultados del paso 2 y divídelo entre 25.

$$15 + 150 + 150 + 140 + 90 = 545$$

$$\mu = \frac{545}{25} = 21.8$$

Cada profesor maneja una media de 21.8 minutos en su coche desde su casa a la escuela.

Para representar mejor el problema y su solución, una tabla se puede representar de la siguiente manera:

Tiempos de conducción (minutos)	Número de maestros f	Punto medio de la clase m	Producto mf
[0,10)	3	5	15
[10,20)	10	15	150
[20,30)	6	25	150
[30,40)	4	35	140
[40,50)	2	45	90

Para la población dada: $N = 25$ y $\sum mf = 545$, por lo que si utilizamos la fórmula $\mu = \frac{\sum mf}{N}$ la media sería $\mu = \frac{545}{25} = 21.8$.

Ejemplo B

Con el mismo ejemplo A, ahora supongamos que la distribución de los tiempos de conducción se divide en intervalos más pequeños como se muestra en la siguiente tabla:

Tiempos de conducción (minutos)	Número de maestros
[0,5)	2
[5,10)	1
[10,15)	4
[15,20)	6
[20,25)	3
[25,30)	3
[30,35)	1
[35,40)	3
[40,45)	1
[45,50)	1

Calcula la media de los tiempos de conducción.

Primero, creamos la siguiente tabla:

Tiempos de conducción (minutos)	Número de maestros f	Punto medio de la clase m	Producto $m f$
[0,5)	2	2.5	5.0
[5,10)	1	7.5	7.5
[10,15)	4	12.5	50.0
[15,20)	6	17.5	105.0
[20,25)	3	22.5	67.5
[25,30)	3	27.5	82.5
[30,35)	1	32.5	32.5
[35,40)	3	37.5	112.5
[40,45)	1	42.5	42.5
[45,50)	1	47.5	47.5

Ahora la media se puede calcular como se muestra a continuación:

$$\mu = \frac{\sum m f}{N}$$
$$\mu = \frac{5.0 + 7.5 + 50.0 + 105.0 + 67.5 + 82.5 + 32.5 + 112.5 + 42.5 + 47.5}{25}$$
$$\mu = \frac{552.5}{25}$$
$$\mu = 22.1$$

Esta vez, el tiempo medio dedicado por cada profesor conduciendo desde su casa a la escuela es de 22.1 minutos. Por lo tanto, la media para datos agrupados puede variar en función del tamaño de los intervalos.

Ejemplo C

Las edades de 100 cantantes de un coro de 360 miembros se muestran en la siguiente tabla:

Edades de los miembros (años)	Número de miembros
[20,25)	12
[25,30)	14
[30,35)	10
[35,40)	8
[40,45)	20
[45,50)	6
[50,55)	5
[55,60)	4
[60,65)	11
[65,70)	10

Calcula la media de las edades.

Primero, creamos la siguiente tabla:

Edades de los Miembros (años)	Número de Miembros f	Punto medio de la clase m	Producto $m \cdot f$
[20,25)	12	22.5	270.0
[25,30)	14	27.5	385,0
[30,35)	10	32.5	325,0
[35,40)	8	37.5	300.0
[40,45)	20	42.5	850,0
[45,50)	6	47.5	285,0
[50,55)	5	52.5	262,5
[55,60)	4	57.5	230.0
[60,65)	11	62.5	687.5
[65,70)	10	67.5	675,0

Ya que las edades dadas representan una muestra de una población, la media se puede calcular como se muestra a continuación:

$$\bar{x} = \frac{\sum mf}{n}$$

$$\bar{x} = \frac{270.0 + 385.0 + 325.0 + 300.0 + 850.0 + 285.0 + 262.5 + 230.0 + 687.5 + 675.0}{100}$$

$$\bar{x} = \frac{4,270.0}{100}$$

$$\bar{x} = 42.7$$

La edad media de los 100 miembros del coro es de 42.7 años.

Ejercicios resueltos

La siguiente tabla muestra la distribución de frecuencias del número de horas dedicadas a la semana enviando mensajes de texto en un teléfono celular por 60 estudiantes de 8vo grado en la escuela de secundaria.



Tiempo por semana (horas)	Número de estudiantes
[0,5)	8
[5,10)	11
[10,15)	15
[15,20)	12
[20,25)	9
[25,30)	5



Calcula el número medio de horas semanales dedicadas por cada estudiante enviando mensajes de texto en un teléfono celular.

Respuesta:

En primer lugar creamos la siguiente tabla:

Tiempo por semana (horas)	Número de estudiantes f	Punto medio de la clase m	Producto mf
[0,5)	8	2.5	20.0
[5,10)	11	7.5	82.5
[10,15)	15	12.5	187,5
[15,20)	12	17.5	210,0
[20,25)	9	22.5	202,5
[25,30)	5	27.5	137,5

Ahora podemos calcular la media como se muestra a continuación:

$$\bar{x} = \frac{\sum mf}{n}$$
$$\bar{x} = \frac{20.0 + 82.5 + 187.5 + 210.0 + 202.5 + 137.5}{60}$$
$$\bar{x} = \frac{840}{60}$$
$$\bar{x} = 14$$

El tiempo medio por semana por cada estudiante enviando mensajes de texto en un teléfono celular es de 14 horas.

Ejercicios

1. Relaciona los términos de la columna izquierda con el símbolo correcto de la columna derecha.

- | | |
|--|--------------------------------|
| 1. Media de una muestra | A. mf |
| 2. La sumatoria de | B. N |
| 3. Media de una población | C. \bar{x} |
| 4. Número de datos para una muestra | D. μ |
| 5. Producto del punto medio de la clase por su frecuencia | E. n |
| 6. Número de datos para una población | F. Σ |

La siguiente tabla de datos agrupados representa el peso (en libras) de los 100 bebés nacidos en un hospital local el año pasado.

Peso (libras)	Número de bebés
[3 – 5)	8
[5 – 7)	25
[7 – 9)	45
[9 – 11)	18
[11 – 13)	4

- ¿Cuál es la suma de los valores de *frecuencia intermedia* para cada clase?
- ¿Cuál es el valor de N ?
- Calcula el peso promedio de un bebé.

La siguiente tabla de datos agrupados representa las edades (en años) de 50 de los 500 profesores de un distrito escolar.

Edad (años)	Número de maestros
[25 – 35)	7
[35 – 45)	8
[45 – 55)	16
[55 – 65)	10
[65 – 75)	9

- ¿Cuál es la suma de los valores de *frecuencia intermedia* para cada clase?
- ¿Cuál es el valor de n ?
- Calcula la media de edad para un profesor.

La siguiente tabla de datos agrupados representa el número de kilómetros en los 25 coches de un lote de autos usados.

Kilometraje	Nº de coches
[0 – 40,000)	3
[40,000 – 80,000)	6
[80,000 – 120,000)	10
[120,000 – 160,000)	4
[160,000 – 200,000)	2

- ¿Cuál es la suma de los valores de *frecuencia intermedia* para cada clase?
- ¿Cuál es el valor de N ?
- Calcula el número medio de kilómetros en un coche.